

N° d'ordre : D.U. 1677

EDSPIC : 355

UNIVERSITÉ CLERMONT II – BLAISE PASCAL
ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR
DE CLERMONT-FERRAND

T H È S E

Pour obtenir le grade de
DOCTEUR D'UNIVERSITÉ
Spécialité : Génie Mécanique

Présentée par
JULIEN MEISSONNIER

**Identification des paramètres géométriques
et élastocinématiques de mécanismes de
liaison au sol automobile**

Soutenue publiquement le 27 Septembre 2006 devant le jury :

M. Pascal RAY	Professeur des Universités, IFMA	Président
M. Jean GUILLOT	Professeur des Universités, INSA Toulouse	Rapporteur
M. Philippe WENGER	Directeur de recherche CNRS, IRCCyN	Rapporteur
M. Grigore GOGU	Professeur des Universités, IFMA	Directeur de thèse
M. Jean-Christophe FAUROUX	Maitre de Conférence, IFMA	Examineur
M. Cédric MONTEZIN	Ingénieur, MICHELIN	Examineur

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les membres du jury et en particulier Jean Guillot et Philippe Wenger pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, ainsi que Pascal Ray pour m'avoir fait l'honneur de présider ce jury.

Je remercie tout particulièrement Grigore Gogu de la confiance qu'il m'a accordée pour réaliser cette thèse ainsi que pour la qualité de son encadrement scientifique.

Je remercie Jean-Christophe Fauroux pour son aide tout au long de ce travail, pour ses patientes et nombreuses relectures et pour l'attention portée à la qualité de la rédaction.

Je remercie Cédric Montezin pour son aide et son expertise sur les liaisons au sol ainsi que pour l'organisation des expérimentations.

Je remercie Robert Dagnat qui est à l'origine de chacune des mesures utilisées dans ces travaux.

Je remercie Philippe Metz, Florent Monbrun et Quentin Dozolme qui ont activement participé à l'avancement de mes travaux aux cours de leur formation à l'IFMA.

Je remercie Jorge Angeles pour l'aide décisive apportée sur les problèmes rencontrés en mécanique analytique.

Je remercie Rany Rizk pour sa bonne humeur et son humour durant ces trois ans.

Je remercie Fabrice Marsaleix pour ses réjouissantes illustrations sur les tableaux du laboratoire.

Je remercie chaleureusement tout les doctorants et chercheurs du LaMI pour la bonne ambiance qui a régné dans le laboratoire et avec qui j'ai eu plaisir à travailler durant ces trois années.

*La Science, et la Science seule, a pu patiemment, au
fil des siècles, apporter à l'Homme l'horloge pointeuse et
le parcmètre automatique sans lesquels il n'est pas de
bonheur terrestre possible.*

*Sans la Science combien d'entre vous connaîtraient
Maître Capello ?*

Pierre Desproges

Résumé

La complexité des mécanismes de liaison au sol a amené l'industrie automobile à utiliser largement les outils de simulation multicorps pour la conception et l'optimisation des véhicules. Ces outils permettent de constituer les modèles élastocinématiques des mécanismes de liaison au sol et d'analyser l'influence des paramètres de conception sur le comportement du véhicule. Cependant des différences significatives apparaissent entre le comportement réel des essieux et le comportement des modèles qui les représentent. Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse s'attachent à proposer de nouvelles méthodes permettant l'identification des paramètres géométriques et élastocinématiques des mécanismes de liaison au sol. Les méthodes d'identification proposées sont basées sur l'observation de la position et de l'orientation des pièces pour différents états du mécanisme. Deux approches sont présentées pour l'identification des paramètres géométriques, puis deux méthodes pour l'identification des paramètres de rigidité. Chacune de ces méthodes est testée numériquement et expérimentalement afin de vérifier la qualité des modèles ainsi constitués.

Mots-clés : identification, élastocinématique, liaisons au sol, suspension, véhicule automobile, modélisation multicorps, paramètres géométriques, paramètres de rigidité, liaisons élastiques, Adams.

Abstract

The complex behaviour of car suspension led the car industry to widely use multibody simulation software for the design and optimization of suspension mechanisms. These tools are used to build elastokinematic models of suspension mechanisms and to analyze the influence of design parameter¹ on the vehicle behaviour. However significant differences appear between real behaviour of suspension mechanisms and the behaviour of their elastokinematic models. The present work proposes new methods allowing the identification of the geometrical and elastokinematic parameters of car suspension mechanisms. These methods are based on the observation of position and orientation of parts in the mechanism for various load cases. Two approaches are presented for the identification of geometrical parameters and two others for the identification of stiffness parameters. Each method is tested numerically and experimentally in order to check the quality of the identified models.

Keywords: identification, elastokinematic, car suspension, multibody simulation, geometric parameters, stiffness parameters, elastic joints, bushings, Adams.

Table des matières

Introduction	ix
Principales notations.....	xi
1. État de l'art.....	1
1.1. Comportement routier d'un véhicule automobile	1
1.2. Technologies des essieux.....	6
1.2.1. Essieux rigides	6
1.2.2. Essieux de type McPherson	7
1.2.3. Essieux à triangles superposés	8
1.2.4. Essieux multibras.....	9
1.2.5. Essieux OCP	10
1.2.6. Modélisations des liaisons au sol.....	11
1.3. Problématiques d'identification.....	16
1.3.1. Structure du modèle	17
1.3.2. Identification des paramètres.....	18
1.4. Besoin industriel	19
1.5. Problématique scientifique et direction de recherche.....	22
2. Identification géométrique par observation d'une position d'équilibre..	24
2.1. Mesure et modélisation géométrique des pièces	25
2.1.1. Formalisme des opérateurs homogènes.....	25
2.1.1.1. Vecteur en coordonnées homogènes	26
2.1.1.2. Opérateur homogène	26
2.1.2. Position et orientation des liaisons sur les pièces	27
2.1.2.1. Liaison sphérique.....	28
2.1.2.2. Liaison élastique.....	29
2.1.3. Positionnement et mesure de points de référence sur les pièces..	30
2.1.4. Incertitudes sur les paramètres géométriques	32
2.2. Position et orientation des pièces dans le mécanisme.....	35
2.2.1. Mesures des amers sur essieu complet.....	35
2.2.2. Calcul de la position et de l'orientation des pièces et des liaisons.	37
2.3. Identification des paramètres géométriques	39
2.3.1. Modèle de liaison élastique.....	39
2.3.2. Calcul de la déformation des liaisons élastiques	41
2.3.3. Correction des paramètres géométriques du modèle	41
2.3.4. Introduction d'un offset dans le modèle de liaison élastique	43
2.4. Mise en œuvre	45
2.4.1. Développement informatique.....	45
2.4.2. Validation expérimentale.....	46
2.5. Conclusion	51
3. Identification géométrique par analyse du mouvement des pièces.....	53
3.1. Observation et représentation du mouvement des pièces.....	53
3.2. Calcul de la localisation des liaisons	56

3.2.1.	Localisation d'une liaison rotule	56
3.2.2.	Localisation d'une liaison pivot	57
3.2.3.	Localisation d'une liaison combinant rotations et translation.....	58
3.2.3.1.	Calcul du centre de rotation	58
3.2.3.2.	Calcul du centre de rotation et de la direction de translation.....	60
3.2.4.	Localisation d'une liaison élastique	62
3.2.4.1.	Paire de liaisons élastiques sur un triangle de suspension....	62
3.2.4.2.	Liaison élastique sur une bielle avec rotule	63
3.3.	Validations numérique et expérimentales	65
3.3.1.	Mise en œuvre	65
3.3.2.	Validation numérique	65
3.3.3.	Validation expérimentale sur banc K&C.....	68
3.3.4.	Validation expérimentale sur banc de direction.....	71
3.4.	Conclusion	75
4.	Identification directe des paramètres de rigidité	77
4.1.	Equations d'équilibre statique d'un mécanisme	78
4.1.1.	Description géométrique du mécanisme	78
4.1.2.	Paramètres généralisés	79
4.1.3.	Vitesses généralisées	81
4.1.4.	Composantes généralisées d'une force et d'un moment.....	83
4.1.5.	Equations de liaison	84
4.1.6.	Efforts dans les ressorts	85
4.1.7.	Efforts dans les liaisons élastiques.....	85
4.1.8.	Efforts extérieurs appliqués au système	86
4.1.9.	Equations d'équilibre statique	87
4.2.	Identification des paramètres de rigidités	87
4.2.1.	Efforts dans les ressorts	87
4.2.2.	Efforts dans les liaisons élastiques.....	88
4.2.3.	Liaisons cinématiques.....	89
4.2.4.	Equations pour l'identification	90
4.3.	Mise en œuvre et validation	91
4.3.1.	Mise en œuvre	91
4.3.1.1.	Modélisation du mécanisme.....	91
4.3.1.2.	Etats d'équilibre du mécanisme	92
4.3.1.3.	Equations d'équilibre du mécanisme	92
4.3.1.4.	Résolution et expression des résultats	93
4.3.2.	Validation numérique et expérimentale	93
4.3.2.1.	Application à une liaison élastique isolée	93
4.3.2.2.	Application à un mécanisme bielle-manivelle	94
4.3.2.3.	Application à un mécanisme 4 barres	95
4.3.2.4.	Validation expérimentale	97
4.4.	Conclusion	101

5.	Identification itérative des paramètres de rigidité.....	102
5.1.	Mesure de la déformation d'une liaison élastique.....	103
5.2.	Identification des paramètres de rigidité.....	104
5.2.1.	Calcul du torseur des efforts dans les liaisons élastiques	104
5.2.2.	Calcul des paramètres de rigidité	106
5.2.3.	Processus itératif.....	108
5.3.	Validation numérique et expérimentale	110
5.3.1.	Mise en œuvre	110
5.3.1.1.	Construction du modèle élastocinématique initial.....	111
5.3.1.2.	Simulation du comportement du mécanisme	111
5.3.1.3.	Calcul des rigidités	112
5.3.1.4.	Modification du modèle	112
5.3.2.	Validation numérique sur un essieu pseudo McPherson.....	112
5.3.3.	Validation numérique sur un essieu OCP.....	117
5.3.4.	Validation expérimentale.....	120
5.4.	Conclusion	122
	Conclusions et perspectives	123
	Bibliographie	127
	ANNEXES.....	131
A.	Calcul de la position et de l'orientation d'une pièce.....	132
B.	Structure et interprétation d'un fichier IGES	133
C.	Programme de calcul de la position et de l'orientation des liaisons.....	136
D.	Épures élastocinématiques de l'essieu pseudo McPherson	138
E.	Programme d'identification directe des rigidités.....	140
F.	Exemple de fichier modèle adams.....	142
G.	Programme d'identification itérative des rigidités	144
H.	Fichier descriptif de cas de charges pour A/Car	146
I.	Description d'une liaison élastique dans un modèle A/Car.....	147

Liste des tableaux

Tableau 2.1. Paramètres de rigidité des liaisons élastiques et du ressort.....	46
Tableau 2.2. Position et orientation des liaisons sur le mécanisme en charge.	48
Tableau 3.1. Résultats du calcul de localisation des liaisons élastiques.....	68
Tableau 3.2. Résultats du calcul de localisation des liaisons élastiques	69
Tableau 3.3. Résultats de l'identification géométrique sur véhicule complet.....	74
Tableau 4.1. Rigidités identifiées pour un cas simple.....	94
Tableau 4.2. Rigidités identifiées pour un système bielle manivelle.....	95
Tableau 4.3. Comparaison des rigidités identifiées avec les rigidités nominales. ..	96
Tableau 4.4. Cas de charge appliqués à l'essieu de test sur le banc K&C	97
Tableau 4-5 Rigidités identifiées à partir des données expérimentales.....	99
tableau 5-1. Série de cas de charges pour l'identification des rigidités.	113
tableau 5.2. Rigidités identifiées avec une rigidité initiale de 10^4 N/mm et 10^4 N.mm/deg.	115
tableau 5-3 : Rigidités identifiées avec une estimation initiale de 500 N/mm et 500 N.mm/deg.	116
tableau 5.4. Comparaison des rigidités identifiées avec les rigidités nominales. .	120

Liste des figures

figure 1.1. Repère global et angles caractéristiques : roulis, lacet et tangage [Hal95].	2
figure 1.2. Représentation des angles d'attitude de la roue gauche d'un essieu [Lono6].....	3
figure 1.3. Cisaillement de la bande de roulement créé par la dérive [Heu02].....	3
figure 1.4. Évolution de l'effort de dérive en fonction de l'angle de dérive.....	4
figure 1.5. Epures cinématiques d'un essieu multibras en débattement vertical simultané [FaVo2].	5
figure 1.6. Principaux types de liaisons élastiques [Pau06].....	6
figure 1.7. Suspensions à essieu rigide [Lono6].....	7
figure 1.8. Essieux McPherson et pseudo McPherson.	8
figure 1.9. Essieu à triangles superposés [Lono6].	9
figure 1.10. Essieu 5 bras Mercedes [Hal95].	9
figure 1.11. Maquette virtuelle de l'essieu OCP [HRGo5]	11
figure 1.12. Modèle de véhicule à deux dimensions.	12
figure 1.13. Construction géométrique du centre instantané de roulis [Hal95].....	12
figure 1.14. Modèle de véhicule pour la stabilité au renversement latéral [RyBo2].	13
figure 1.15. Modèle multicorps élastocinématique d'un essieu.	14
figure 1.16. Modèle multicorps dynamique d'un véhicule complet avec Adams/Car.	14
figure 1.17. Modèle dynamique d'une suspension [HNH99].....	15
figure 1.18. Complexité et fidélité des différents modèles de véhicule [Heio2].	16
figure 1.19. Schématisation d'un système [Lju99].	16

figure 1.20. Procédure d'identification d'un système [Lju99].....	17
figure 1.21. Machine a mesurer tridimensionnelle portable [Rom06].....	20
figure 1.22. Banc de caractérisation "Kinematic & Compliance" [MTSo1]	21
figure 2.1. Principale étapes de la méthode de modélisation et d'identification.....	25
figure 2.2. Notations pour le calcul d'un opérateur homogène.....	26
figure 2.3. Localisation du centre d'une rotule.....	28
figure 2.4. Définition du repère associé à une liaison élastique.....	29
figure 2.5. Entités géométriques définissant la localisation de la liaison élastique.	30
figure 2.6. Schématisation d'un amer conique.	31
figure 2.7. Exemple de positionnement d'amers sur un triangle de suspension. ...	32
figure 2.8. Incertitude sur les paramètres géométriques liés aux jeux d'assemblage.	33
figure 2.9. Différence entre modèle et réalité liée à l'incertitude sur les paramètres géométriques.....	34
figure 2.10. Mesures des coordonnées des amers sur les pièces isolées et sur la suspension complète.....	35
figure 2.11. Représentation de la déformation d'une liaison élastique.	39
figure 2.12. Relation force déformation pour une liaison élastique.	41
figure 2.13. Identification de la position de la liaison élastique sur la pièce S1.	43
figure 2.14. Modélisations de la déformation initiale d'une liaison élastique avec et sans introduction d'un décalage.	45
figure 2.15. Schéma cinématique équivalent et graphe cinématique du demi-essieu.	46
figure 2.16. Positionnement du bras de mesure sur le banc K&C	47
figure 2.17. Détails du demi-essieu utilisé pour la validation expérimentale	48
figure 2.18. Comparaison du comportement réel de l'essieu avec le modèle initial et le modèle recalé	50
figure 3.1. Position des amers et des pièces pour différents états d'un mécanisme	55
figure 3.2. Mobilité d'une bielle de direction par rapport au châssis.....	59
figure 3.3. Mobilité du porte-moyeu par rapport au châssis pour un essieu McPherson.	61
figure 3.4. Déformation d'une liaison élastique sur une bielle.....	64
figure 3.5. Représentation graphique du modèle Adams et des amers.....	66
figure 3.6. Positions successives des amers au cours du fonctionnement de l'essieu	66
figure 3.7. Résultats de l'identification à partir de données issues de la simulation.	67
figure 3.8. Montage expérimental pour l'identification et représentation graphique des amers disposés sur les pièces.	68
figure 3.9. Identification à partir de résultats expérimentaux sur K&C, vue de dessus	70
figure 3.10. Comparaison du comportement du modèle et de l'essieu réel au cours du débattement vertical de la roue	71

figure 3.11. Détails des pièces de la suspension.	72
figure 3.12. Placement du véhicule sur le banc de mesure.	73
figure 3.13. Positionnement du bras de mesure sous le véhicule.	73
figure 3.14. Comparaison du comportement du modèle et de l'essieu réel au cours du débattement vertical de la roue.	75
figure 4.1. Principales étapes de la méthode d'identification directe des paramètres de rigidité.....	78
figure 4.2. Description de la positions et de l'orientation d'une liaison dans un mécanisme.....	79
figure 4.3. Illustration d'une rotation définie par le vecteur u et l'axe θ	81
figure 4.4. Force exercée entre deux pièces par un ressort.....	85
figure 4.5. Structure des données décrivant la géométrie du mécanisme.....	92
figure 4.6. Identification d'une liaison élastique isolée.	94
figure 4.7. Mécanisme bielle manivelle utilisé pour valider la méthode d'identification.	95
figure 4.8. Identification simultanée de deux liaisons élastiques.....	96
figure 4.9. Schémas cinématiques équivalents de la suspension.	98
figure 4.10. Représentation graphique du modèle de la suspension.....	98
figure 4.11. Comparaison du comportement de l'essieu réel et du modèle identifié.	100
figure 5.1 : Utilisation des mesures et de la simulation pour le calcul des rigidités.	105
figure 5.2. Illustration du coefficient de corrélation linéaire.....	107
figure 5.3. Exemples d'interpolation linéaire à partir de résultats expérimentaux.	108
figure 5.4. Algorithme du processus itératif de l'identification	109
figure 5.5. Éléments logiciels du programme d'identification.....	110
figure 5.6. Modèle élastocinématique de l'essieu pseudo McPherson.....	114
figure 5.7. Évolution des paramètres de rigidités pour une rigidité initiale de 10^4 N/mm et 10^4 N.mm/deg.	115
figure 5.8 Évolution des paramètres de rigidités pour une rigidité initiale de 500 N/mm et 500 N.mm/deg.....	116
figure 5.9. Comparaison des comportements des différents modèles sous solicitation longitudinale et latérale.	117
figure 5.10. Modèles CAO et ADAMS de l'essieu arrière OCP	118
figure 5.11. Comportement des différents modèles élastocinématiques de l'essieu OCP sous effort latéral	119
figure 5.12. Comparaison des résultats expérimentaux et des modèles élastocinématiques.....	121

Introduction

L'industrie automobile possède une place particulière dans le monde industriel. C'est un domaine où un produit complexe, le véhicule automobile, est fabriqué en très grandes séries.

Positionnés sur un marché mondial très concurrentiel, les constructeurs doivent consacrer des efforts très importants en recherche et développement pour toujours repousser le compromis entre performances et coût de fabrication.

Après plus d'un siècle d'évolution continue dans cette direction, l'automobile est pratiquement devenue, dans les pays industrialisés, un objet de consommation courante. Dans le même temps, l'automobile a atteint des performances en termes de confort, de sécurité et de respect de l'environnement encore à peine imaginables il y a quelques années.

Les mécanismes de liaison au sol sont tout à fait représentatifs de cette évolution. Ils doivent assurer simultanément différentes fonctions essentielles. Responsable du guidage du véhicule lors de ses évolutions sur la route, la liaison au sol va déterminer l'agrément de conduite et la sécurité active. En filtrant les vibrations et en régulant les mouvements du châssis, elle est essentielle pour le confort. Enfin, en cas de collision, ses éléments doivent contribuer à la sécurité passive. Malgré ces différentes fonctions, le mécanisme de liaison au sol doit rester simple à fabriquer, simple à assembler et surtout peu coûteux.

Les mécanismes de liaison au sol paraissent être peu complexes. Ils sont constitués d'un nombre réduit de pièces et ne comportent que peu d'éléments actifs (capteurs, actionneurs). Cependant, chaque élément ou paramètre de conception a une influence sur différentes performances du véhicule. C'est pourquoi, en dépit des apparences, les mécanismes de liaison au sol ont un fort contenu technologique et de nombreuses études leurs sont consacrées.

Le couplage de différents effets pour chaque paramètre de conception rend difficile l'analyse de ces mécanismes. C'est la raison pour laquelle l'industrie a largement recours aux outils de simulation multicorps pour la conception et l'amélioration des liaisons au sol. Depuis bientôt trente ans, les outils de simulation multicorps ont évolué pour prendre en compte d'avantage de phénomènes physiques afin d'améliorer le réalisme des modèles. Par conséquent, les modèles sont devenus plus complexes et comportent un nombre important de paramètres.

Lorsque l'on souhaite établir le modèle d'un mécanisme existant, la détermination de l'ensemble des paramètres est alors une tâche longue. Au cours des étapes de caractérisation des constituants de l'essieu, différentes incertitudes sur les paramètres apparaissent. Celles-ci réduisent la qualité du modèle ainsi constitué. Le comportement du modèle diffère alors sensiblement du comportement du système réel.

Dans cette thèse, nous allons proposer de nouvelles méthodes d'identification des paramètres géométriques et élastocinématiques. Ces méthodes poursuivent un double objectif. Il s'agit tout d'abord de simplifier les opérations de mesure nécessaires à la définition d'un modèle élastocinématique. Ensuite nous souhaitons améliorer la corrélation entre le comportement du modèle et le

comportement du système réel. Pour ce faire, quatre approches distinctes sont présentées.

Dans le chapitre 2, nous présenterons une méthode de détermination de la position et de l'orientation des pièces dans un mécanisme. Celle-ci va nous permettre de contourner l'impossibilité matérielle de mesurer directement la position et l'orientation des liaisons dans un mécanisme de liaison au sol assemblé. Cette méthode nous permet d'améliorer la qualité des paramètres géométriques du modèle en s'affranchissant des incertitudes liées aux jeux d'assemblage.

Dans le chapitre 3, nous présenterons une méthode d'identification des paramètres géométriques basée sur l'observation des déplacements des différentes pièces du mécanisme lorsque des efforts variés lui sont appliqués. Cette méthode permet de déterminer la position et l'orientation des liaisons dans le mécanisme sans avoir à démonter celui-ci.

Dans le chapitre 4, nous nous intéresserons à l'identification des paramètres de rigidité du mécanisme par l'observation de ses positions d'équilibre statique. La méthode proposée est basée sur l'utilisation des équations du mouvement du mécanisme appliquées au cas statique. Il nous est alors possible, sous certaines hypothèses, de ramener le problème d'identification à un système d'équations linéaires.

Une deuxième approche pour l'identification des paramètres de rigidité est proposée dans le chapitre 5. Celle-ci est basée sur l'utilisation itérative d'un outil de simulation afin de faire converger le comportement du modèle vers le comportement observé sur le système réel.

Principales notations

$[\mathbf{A}_{R_1/R_2}]$	Opérateur homogène représentant la position et l'orientation d'un repère R_1 par rapport à un autre repère R_2 .
A_x	Angle projeté représentant la déformation en torsion d'une liaison élastique autour de l'axe x du repère local à la liaison.
A_y	Angle projeté représentant la déformation en torsion d'une liaison élastique autour de l'axe y du repère local à la liaison.
A_z	Angle projeté représentant la déformation en torsion d'une liaison élastique autour de l'axe z du repère local à la liaison.
b_1, b_2, b_3	Paramètres de Euler-Rodrigues représentant l'orientation d'un référentiel par rapport à un autre
c	Cas de charge.
δ	Vecteur représentant l'état de déformation d'une liaison élastique.
F_{vert}	Force verticale, appliquée en base de roue.
F_{later}	Force horizontale appliquée en base de roue selon la direction latérale du véhicule.
F_{longi}	Force horizontale appliquée en base de roue selon l'axe longitudinal du véhicule.
$\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2}$	Résultante des efforts exercés par la pièce 1 sur la pièce 2 par l'intermédiaire d'une liaison ou d'un ressort.
$\mathbf{M}_{1 \rightarrow 2}$	Moment des efforts exercés par la pièce 1 sur la pièce 2 par l'intermédiaire d'une liaison ou d'un ressort.
k_T	Paramètre de rigidité en translation.
k_R	Paramètre de rigidité en rotation.
\mathbf{k}	Vecteur des paramètres de rigidité d'une liaison ou d'un mécanisme.
\mathbf{R}_{R_1/R_2}	Matrice de rotation de dimension 3×3 représentant l'orientation d'un repère R_1 par rapport à un autre repère R_2 .
R_g	Repère global utilisé pour réaliser les mesures sur un essieu assemblé et modéliser cet essieu.
R_s	Repère local associé à une pièce solide d'un mécanisme.
R_i	Repère local définissant la position et l'orientation d'une liaison sur une pièce. Dans le cas d'une liaison élastique, le repère R_i définit par convention la position et l'orientation de l'armature intérieure de la liaison.
R_j	Repère local définissant la position et l'orientation d'une liaison sur une pièce. Dans le cas d'une liaison, élastique le repère R_j définit par

	convention la position et l'orientation de l'armature extérieure de la liaison.
\mathbf{T}_{R_1/R_2}	Vecteur en coordonnées cartésiennes représentant la position d'un repère R_1 par rapport à un repère R_2 .
\mathbf{q}	Vecteur des paramètres généralisés permettant de décrire la position et l'orientation de toutes les pièces d'un mécanisme.
\mathbf{V}_{R_j}	Vitesse généralisée du repère R_j : dérivée de sa position et de son orientation par les paramètres généralisés
\mathbf{Q}	Composantes généralisées d'une force et d'un moment.
Φ	Equations des liaisons cinématiques d'un mécanisme.
Φ_q	Dérivées des équations de liaisons par les paramètres généralisés.
\mathbf{L}	Complément orthogonal de Φ_q .
\mathbf{u}^T	Transposée du vecteur \mathbf{u} .
$\mathbf{u} \times \mathbf{v}$	Produit vectoriel entre les vecteurs \mathbf{u} et \mathbf{v} .
\mathbf{u}^\times	Matrice antisymétrique correspondante au préproduit vectoriel du vecteur \mathbf{u} : $\mathbf{u}^\times \mathbf{v} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$.
$\bar{\mathbf{u}}$	Moyenne arithmétique des n vecteurs ${}^c \mathbf{u}$: $\bar{\mathbf{u}} = \frac{1}{n} \sum_{c=1}^n {}^c \mathbf{u}$

1. État de l'art

Pour un véhicule automobile, la liaison au sol désigne l'ensemble des éléments qui relient le châssis à la route. On distingue trois sous-systèmes : le mécanisme de suspension, les organes de freinage et l'ensemble roue pneumatique [Hal95].

Le rôle premier de la liaison au sol est d'assurer le guidage du véhicule sur la route. Elle a donc un rôle primordial pour la sécurité active du véhicule, c'est-à-dire sur la capacité d'évitement des obstacles. Mais elle détermine aussi le caractère du véhicule, c'est-à-dire les impressions ressenties par le conducteur.

Le deuxième rôle de la liaison au sol est de filtrer les irrégularités du terrain et donc d'assurer le confort du véhicule. Les irrégularités de grandes dimensions (ralentisseur par exemple) génèrent des mouvements de basse fréquence. Le rôle de la suspension est de contrôler l'amplitude des mouvements et de garantir le contact des roues sur le sol. La présence d'irrégularités de plus petites dimensions génère des chocs et des vibrations à des fréquences plus élevées. Pour filtrer ces vibrations, sur les véhicules de série, les pièces de la liaison au sol sont fixées au châssis par des liaisons élastiques.

Enfin le dernier rôle assigné à la liaison au sol concerne la sécurité passive du véhicule. En cas de collision, les éléments de la liaison au sol doivent pouvoir absorber une partie de l'énergie du choc afin d'atténuer la décélération maximale subie par les occupants du véhicule.

1.1. Comportement routier d'un véhicule automobile

Afin de décrire correctement les mouvements d'un véhicule, on définit un repère global R_g lié au châssis. Pour ce repère, l'axe x_g correspond à la direction d'avance du véhicule en l'absence de braquage au volant, l'axe z_g correspond à la normale au plan du sol. Différentes localisations peuvent être données à l'origine de ce repère. L'origine O_g du repère appartient au plan médian du véhicule. Dans la figure 1.1, l'origine est confondue avec le centre de gravité du véhicule.

Pour décrire le mouvement du véhicule sur la route on utilise trois angles caractéristiques qui correspondent aux rotations de la caisse autour des axes du repère global. Ces angles sont représentés dans la figure 1.1, la rotation autour de l'axe x_g étant l'angle de roulis, la rotation autour de l'axe y_g étant l'angle de tangage et la rotation autour de z_g correspondant à l'angle de lacet.

Lors de la conception d'une liaison au sol, on accorde une grande attention au comportement en roulis du véhicule. En effet, la prise de roulis est un phénomène clairement ressenti par tous les utilisateurs. La réduction des mouvements de roulis permet de rendre la conduite plus confortable lorsque celle-ci n'est pas obtenue au détriment de la qualité de filtrage vertical. Il est aussi nécessaire de considérer la vitesse de roulis lorsque le véhicule entre en virage. Cette vitesse de roulis influe sur les sensations du pilote et détermine en partie le caractère du véhicule.

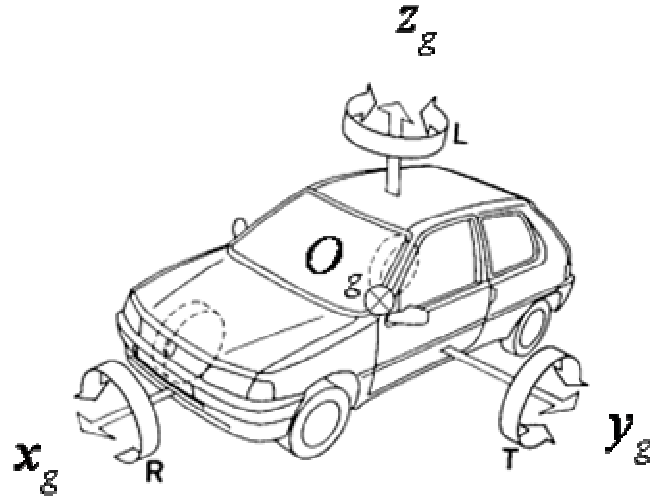


figure 1.1. Repère global et angles caractéristiques : roulis, lacet et tangage [Hal95].

Le phénomène de tangage est particulièrement sensible lors des phases d'accélération et de décélération du véhicule durant lesquelles il y a respectivement cabrage ou plongée du véhicule. Une conception judicieuse des essieux permet de limiter ces mouvements en ajustant l'avance de la roue lors du débattement vertical. On obtient ainsi des propriétés anti cabrage et anti plongée [Hal95 p94] En roulage, le réglage des suspensions permet de limiter le phénomène de tangage au profit du pompage (translation verticale du châssis), moins gênant pour les passagers.

Enfin, l'étude de l'angle de lacet, mais surtout de la vitesse de lacet, permet de caractériser le comportement du véhicule lors de la prise de virage. Des variations brusques de l'angle de lacet traduisent un comportement brutal et peu sécurisant. A l'inverse, des variations trop linéaires du lacet auront pour conséquence un manque de caractère du véhicule.

Le comportement routier d'un véhicule est lié fondamentalement au comportement du pneumatique car c'est par lui que s'exercent tous les efforts du sol sur le véhicule. La compréhension de la mécanique du pneumatique est essentielle pour la définition d'une liaison au sol performante. Le pneumatique est un élément très complexe en raison de sa structure, qui comprend une carcasse métallique et des nappes textiles, des sculptures de la bande de roulement et du matériau principal, le caoutchouc.

Pour caractériser l'orientation de la roue par rapport au véhicule, on définit trois angles. Tout d'abord l'angle de braquage est l'angle observé entre l'axe longitudinal du véhicule x_g et le plan de roue. L'angle de carrossage représente l'inclinaison du plan de roue par rapport au plan du sol. Un carrossage positif indique une inclinaison de la roue vers l'extérieur du véhicule tandis que le contre-carrossage désigne une inclinaison de la roue vers le véhicule. Enfin l'enroulement représente la rotation de la roue autour de son axe. Ces trois angles sont représentés dans la figure 1.2. Pour compléter cette description, les déplacements de l'aire de contact pneu-sol sont donnés par trois paramètres. La demi-voie est la distance entre le centre de l'aire et le plan médian du véhicule (O_g, x_g, z_g). L'avance est le déplacement de l'aire selon l'axe longitudinal x_g . Le débattement vertical est le déplacement selon l'axe vertical

z_g .

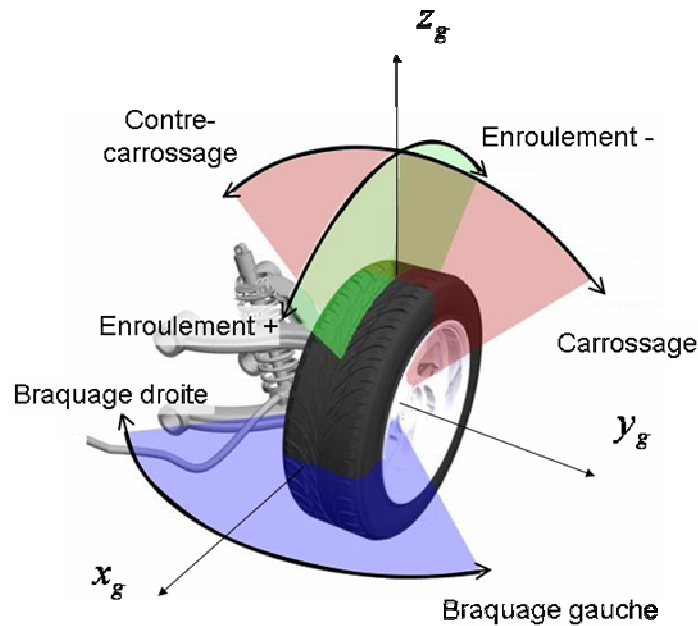


figure 1.2. Représentation des angles d'attitude de la roue gauche d'un essieu [Lon06].

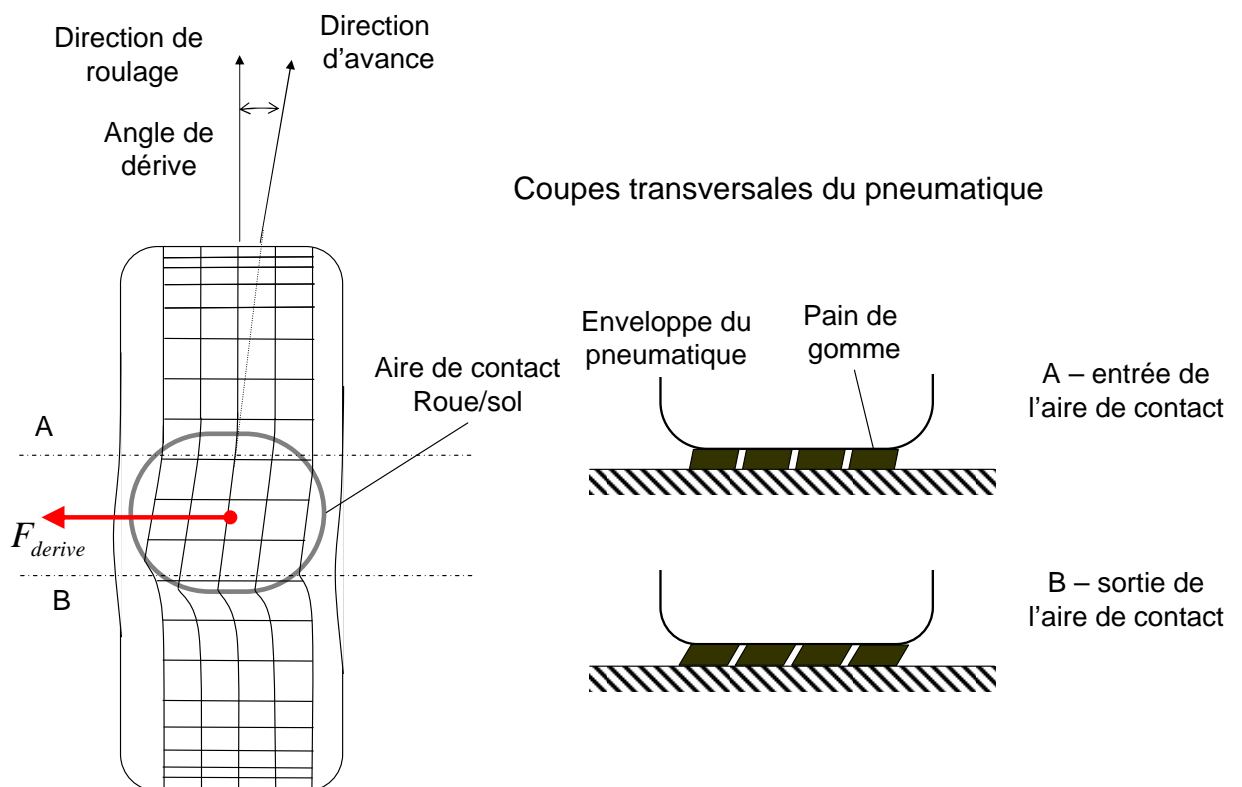


figure 1.3. Cisaillement de la bande de roulement créé par la dérive [Heu02].

Le phénomène qui permet au pneumatique de guider le véhicule est l'effort de dérive. L'angle de dérive est l'angle entre la direction d'avance et l'axe de roulage (intersection entre le plan de roue et le plan du sol). Dans l'aire de contact roue-sol, les pains de gomme (éléments individuels de la sculpture du pneumatique) sont à la fois solidaires de la carcasse du pneumatique et en adhérence sur le sol. En présence d'un angle de dérive non nul, les pains

subissent une déformation progressive en cisaillement au cours de leur passage dans l'aire de contact. Ce phénomène est représenté dans la figure 1.3.

Le cisaillement de la bande de roulement génère un effort perpendiculaire à la direction de roulage, nécessaire pour que le véhicule puisse subir une accélération latérale et suivre une courbe. L'évolution de l'effort de dérive en fonction de l'angle de dérive est conditionnée par l'adhérence des pains sur le sol. Pour des angles faibles, l'effort de dérive est proportionnel à l'angle de dérive. La pente de cette partie linéaire de la courbe (figure 1.4) est appelée rigidité de dérive.

Au-delà d'un certain angle de dérive, le rapport angle/force devient non linéaire, jusqu'à atteindre un maximum. Cette zone de transition correspond à l'apparition du glissement d'une partie de l'aire de contact sur le sol. Le phénomène est très perceptible au volant alors que l'adhérence des pneus n'a pas encore diminuée. Il constitue un signal d'alerte pour le conducteur.

Si l'angle de dérive augmente encore, alors l'effort latéral diminue et le véhicule perd en directivité. Il s'agit alors d'une situation dangereuse car plus le conducteur braque, moins le véhicule tourne. Cette évolution de l'effort de dérive est schématisée dans la figure 1.4.

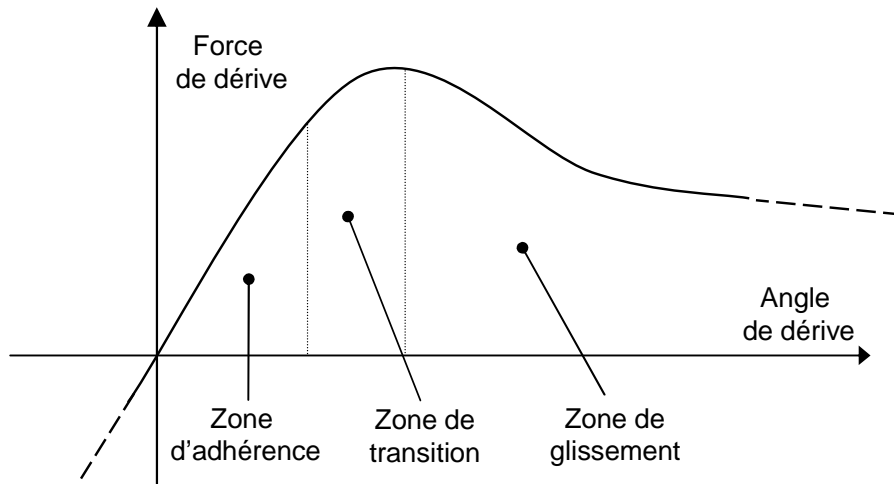


figure 1.4. Évolution de l'effort de dérive en fonction de l'angle de dérive.

L'évolution des angles de braquage de chacune des roues au cours de toutes les phases de roulage (accélération, freinage, virage ...) est donc un paramètre essentiel pour le comportement du véhicule et sa stabilité. Le contrôle de cet angle par le mécanisme de suspension doit être très précis. La rigidité de dérive d'un pneumatique de véhicule de tourisme pouvant atteindre 2000 N/deg, de petites variations d'angles peuvent générer des efforts significatifs.

Un deuxième effort engendré par le pneumatique est la poussée de carrossage. La distribution inégale des efforts sur l'aire de contact en présence de carrossage engendre un effort latéral supplémentaire. Ainsi, un réglage des roues en contre-carrossage permet d'améliorer la directivité du véhicule. Cependant, cette tendance doit être nuancée car la poussée de carrossage est sensiblement plus faible que l'effort de dérive et la présence de carrossage réduit l'aire de contact pneu-sol.

Simultanément à l'effort de dérive, le pneumatique génère un moment autour de l'axe vertical : le moment d'auto alignement. Ce moment provient de la répartition des efforts de dérive dans l'aire de contact pneu-sol. Il est important

de considérer ce moment car celui-ci est transmis par la commande de direction jusqu'au volant et directement ressenti par le conducteur. Le moment d'auto-alignement augmente avec la dérive du pneumatique dans la zone d'adhérence, puis diminue rapidement dans la zone de transition. Ce phénomène signale au conducteur une perte d'adhérence avant d'être dans la situation dangereuse de glissement.

Nous voyons ici que les performances d'un essieu sont conditionnées par le déplacement des roues par rapport au châssis et par rapport au sol. Ces déplacements sont décrits par des paramètres de position et d'orientation. Les épures cinématiques et élastocinématiques sont des représentations graphiques de l'évolution de certains paramètres (carrossage, demi-voie, braquages ...) en fonctions du débattement vertical des roues. La figure 1.5 présente les épures d'un essieu multibras pour un mouvement de débattement simultané des roues. Les épures sont des éléments fondamentaux pour caractériser le comportement de l'essieu et par conséquent du véhicule.

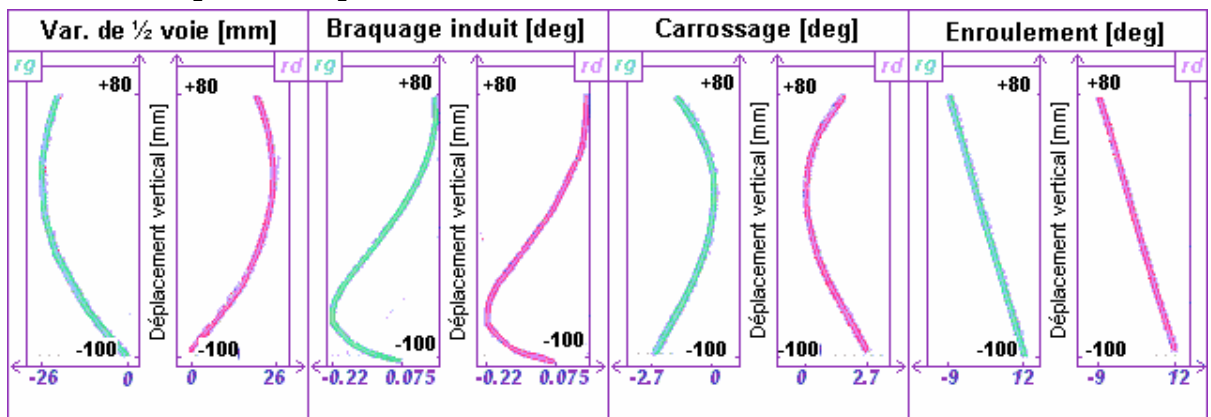


figure 1.5. Epures cinématiques d'un essieu multibras en débattement vertical simultané [FaV02].

Les épures cinématiques sont calculées en tenant compte uniquement des dimensions géométriques des éléments du mécanisme et en supposant les pièces indéformables. Cependant pour de nombreux essieux, la déformation des pièces, due à l'élasticité des matériaux, peut être significative. De plus, tous les essieux comportent de nombreuses liaisons élastiques appelées aussi *bushings* afin de filtrer les vibrations engendrées par les irrégularités de la route.

Les liaisons élastiques sont généralement constituées de deux armatures métalliques cylindriques et concentriques, liées par un massif d'élastomère. La figure 1.6 présente différents types de liaisons élastiques permettant de répondre à différentes exigences fonctionnelles.

La liaison élastique alvéolée a pour but d'avoir des rigidités radiales très différentes suivant les axes de sollicitation perpendiculaires. L'écart de rigidité est réglé par la taille des alvéoles qui peuvent être traversantes ou non. L'articulation lamifiée comporte un tube métallique de faible épaisseur entre les armatures intérieures et extérieures. Celui-ci permet d'augmenter la rigidité en translation radiale tout en conservant sensiblement la même souplesse en torsion axiale. La liaison dont les armatures sont sphériques permet de supporter des charges plus élevées et d'obtenir une rigidité en torsion similaire dans toutes les directions. Il existe aussi des liaisons dites hydroélastiques possédant plusieurs cavités entre lesquelles circule un fluide. Ces liaisons permettent d'obtenir des rigidités et des amortissements très variables en fonctions de la fréquence de sollicitation.

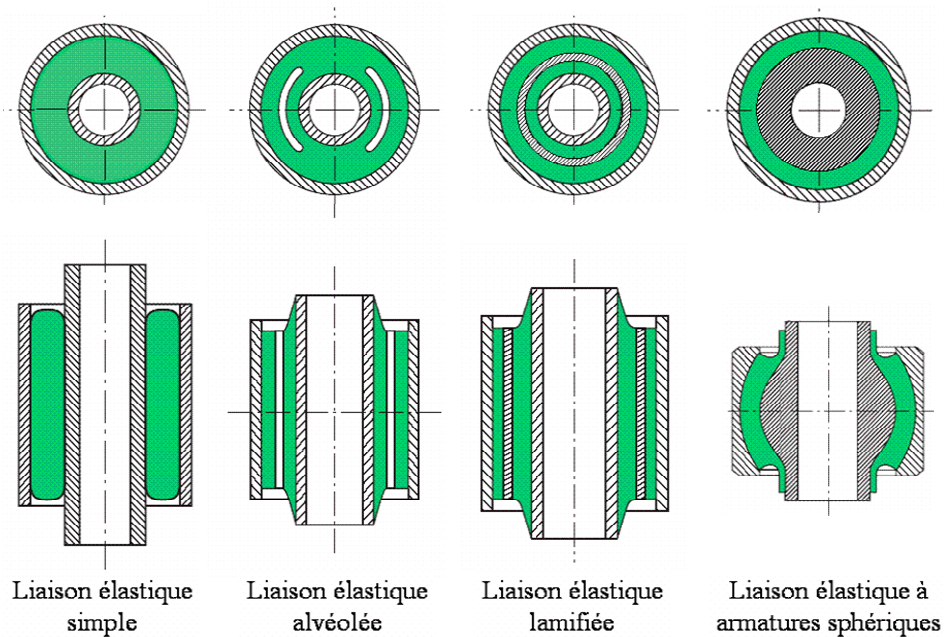


figure 1.6. Principaux types de liaisons élastiques [Pau06].

La présence de ces liaisons élastiques joue un rôle important dans le déplacement et l'orientation des roues [Blu98]. Il est alors nécessaire pour analyser le comportement d'un essieu d'établir les épures élastocinématiques qui tiennent compte de la déformation des liaisons élastiques. Le calcul de ces épures nécessite l'utilisation d'un modèle élastocinématique.

1.2. Technologies des essieux

Au sein des mécanismes de liaison au sol, il est usuel de distinguer les éléments qui guident les roues des éléments flexibles qui permettent le débattement vertical. Cette distinction a une origine historique car initialement les véhicules étaient dotés d'un axe rigide reliant les deux roues tandis qu'un système souple (ressort) liait cet axe au châssis.

L'évolution des systèmes de liaison au sol a rendu cette distinction moins évidente car pour différentes réalisations, un même organe peut jouer plusieurs rôles simultanément. Par la suite on appellera essieu l'ensemble des organes qui relient la roue au châssis à l'exception des éléments de direction et des dispositifs de suspension (ressorts, amortisseur ...).

1.2.1. Essieux rigides

Historiquement, les premiers systèmes de suspension à équiper les véhicules automobiles furent ceux déjà en cours d'utilisation sur les véhicules à traction animale. Il s'agit de suspensions à essieu rigide et ressorts à lames pour lequel les deux porte-fusées sont reliées par une traverse centrale, comme représenté dans la figure 1.7-a. D'une construction extrêmement simple et robuste, ce type de suspension est capable de supporter de fortes charges. Ces avantages expliquent que cette suspension est toujours employée pour les véhicules utilitaires ou tout-terrain pour lesquels la robustesse doit primer sur les performances routières.



a - Essieu rigide avec ressorts à lames

b - Essieu rigide avec ressorts hélicoïdaux et bielle Panhard

figure 1.7. Suspensions à essieu rigide [Lon06].

Toutefois, la connexion directe entre les deux roues de l'essieu et le guidage par les lames de ressorts ne permettent pas un guidage efficace des roues. De plus, la présence de friction sèche entre les lames du ressort limite le confort d'une telle suspension en transmettant les vibrations au châssis. Enfin, le mouvement de la traverse centrale au cours du débattement vertical de l'essieu génère un volume enveloppe important, réduisant d'autant le volume utilisable dans le véhicule.

Différentes évolutions de l'essieu rigide sont apparues pour réduire les inconvénients décrits plus haut. L'utilisation de ressorts hélicoïdaux à la place des ressorts à lames, permet d'améliorer le confort de suspension. Le guidage de la traverse est alors assuré par des bras longitudinaux et une ou plusieurs bielles. A titre d'exemple, la figure 1.7-b présente un essieu rigide dont le guidage latéral est assuré par une bielle Panhard.

Les essieux semi-rigides sont une évolution plus récente des essieux rigides. Pour ce type de suspension, la traverse centrale est fixée en avant des axes des roues, sur les bras longitudinaux. La rigidité en torsion de la traverse permet de limiter les mouvements de roulis.

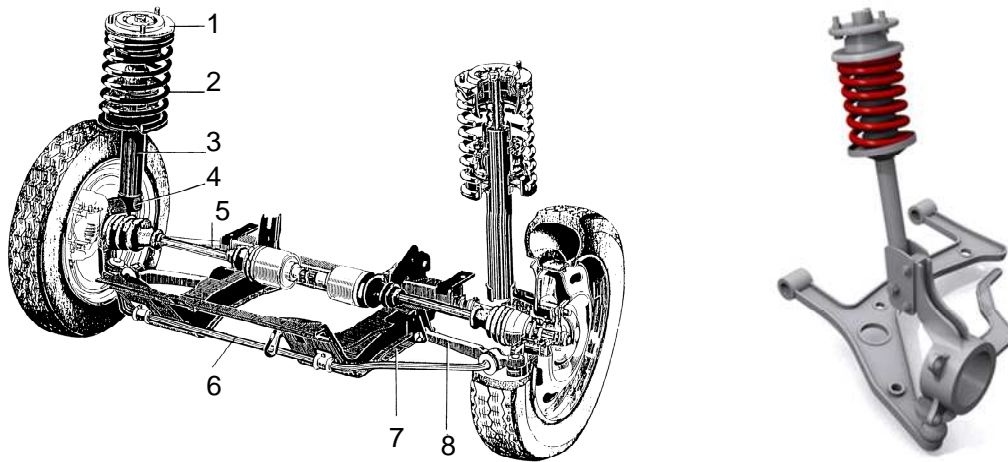
Ces configurations sont actuellement utilisées sur les essieux arrière des véhicules de tourisme d'entrée de gamme en raison de leur faible coût de fabrication.

1.2.2. Essieux de type McPherson

Développé en 1947 par Earle S. McPherson pour General Motors, ce type d'essieu a été utilisé pour la première fois en 1950 par Ford. Cet essieu comporte un nombre réduit de pièces, il est par conséquent assez simple à fabriquer. De plus il possède de bonnes performances en termes de comportement routier et de confort. La figure 1.8 représente deux variantes de l'essieu Mc-Pherson.

Un essieu McPherson se caractérise par le fait que l'amortisseur (3) participe au guidage de la roue. En effet, celui-ci est solidaire du porte-moyeu (4) et l'extrémité de la tige de l'amortisseur est liée au châssis (7). Un ressort (2) est combiné à l'amortisseur pour assurer la rigidité verticale de la suspension. Dans

sa configuration initiale (essieu McPherson intégral représenté dans la figure 1.8-a), le porte-moyeu est guidé dans sa partie inférieure par le bras de suspension (8) et la barre antiroulis (6). Enfin, une bielle de direction (5) permet de contrôler le braquage des roues.



a - Essieu McPherson intégral [Hal95]

b - Essieu pseudo McPherson avec triangle [Lon06]

figure 1.8. Essieux McPherson et pseudo McPherson.

Cependant, l'utilisation de la barre antiroulis pour assurer le guidage du porte-moyeu limite les possibilités d'optimisation du comportement cinématiques de l'essieu McPherson. C'est pourquoi, dans la plupart des mises en œuvre actuelles, un triangle de suspension est utilisé pour assurer le guidage du porte-moyeu. Ce triangle est lié au porte-moyeu par une rotule et possède deux points d'ancrage sur le châssis réalisant ainsi l'équivalent d'une liaison pivot. La figure 1.8-b représente un tel montage.

L'essieu de type pseudo McPherson présente de nombreux avantages qui justifient son emploi sur la grande majorité des trains avant de véhicule léger. Comme il fait appel à des pièces peu complexes et en nombre réduit, cet essieu est économique tant à la fabrication qu'à l'assemblage. De plus l'utilisation d'une jambe de force permet d'obtenir un mécanisme peu encombrant, libérant de l'espace utile pour l'implantation du moteur.

Ces avantages ont bien sûr des inconvénients intrinsèques. La structure cinématique simple et le nombre réduit de pièces, donc de paramètres de conception, ne permettent pas un réglage fin du comportement cinématique de l'essieu. De plus la présence d'un moment de flexion dans la jambe de force implique l'apparition d'un frottement de suspension qui nuit au filtrage des vibrations transmises au châssis. C'est pourquoi ce type d'essieu est employé principalement sur les véhicules économiques et n'est pas adapté aux véhicules nécessitant un haut niveau de confort et de tenue de route.

Différentes variations ont été développées afin de dépasser les limitations de l'essieu McPherson au prix d'une augmentation du nombre de pièces.

1.2.3. Essieux à triangles superposés

Les essieux à triangles superposés sont une technologie qui permet de dissocier les fonctions de suspension et de guidage pour atteindre un meilleur comportement global de la liaison au sol.

Ce type d'essieu est constitué de deux triangles de suspension liés au châssis par une liaison pivot et au porte-moyeu par une liaison rotule, tel que représenté dans la figure 1.9. Les éléments de suspension, ressort et amortisseur, viennent prendre appuis soit sur un triangle, soit directement sur le porte-moyeu.

Ces types de suspension sont largement employés sur les véhicules de compétition car ils permettent de régler facilement les épures cinématiques de l'essieu et sont capables de supporter des efforts importants. Ces essieux sont aussi utilisés sur des véhicules de série nécessitant une grande qualité de tenue de route et de confort.

En contrepartie, ces essieux coûtent plus cher à produire en raison de l'utilisation d'un nombre plus important de pièces et de liaisons. Ce type d'essieu est plus encombrant qu'un essieu McPherson. Enfin, la présence du triangle supérieur est difficilement compatible avec la présence du groupe motopropulseur au niveau des essieux avant.



figure 1.9. Essieu à triangles superposés [Lon06].

1.2.4. Essieux multibras

Les essieux multibras sont une évolution des essieux précédents. Ils se caractérisent par un nombre plus important de bras de suspension afin de permettre un réglage plus fin du comportement élastocinématique. Le développement de ces essieux a été permis par la généralisation des outils de simulation numérique.

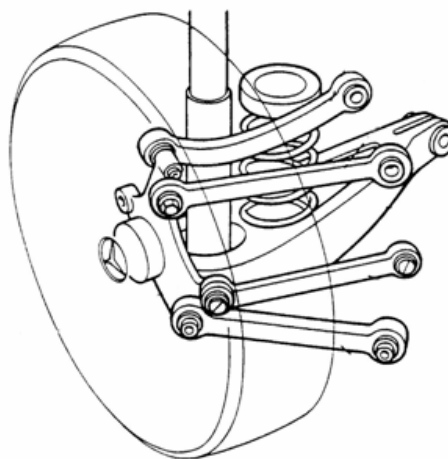


figure 1.10. Essieu 5 bras Mercedes [Hal95].

En raison de la structure complexe de ces essieux, il est difficile d'établir intuitivement le lien entre les paramètres de conception de l'essieu et les critères fonctionnels. Pour exploiter pleinement le potentiel de tels mécanismes de suspension, il est nécessaire de procéder par optimisation sur des modèles cinématiques [SiBo2] ou élastocinématiques [KnMo6]. La figure 1.10 présente deux exemples d'essieux cinq bras.

1.2.5. Essieux OCP

Dans la section 1.1, les principaux paramètres influents sur le comportement du pneu ont été présentés. Il faut remarquer que la prise de roulis par un véhicule en virage s'accompagne d'une prise de carrossage pour les roues extérieures au virage et d'une prise de contre-carrossage pour les roues intérieures au virage. Ce phénomène est doublement pénalisant dans la mesure où la poussée de carrossage ainsi générée est dirigée vers l'extérieur de la courbe et l'aire de contact pneu-sol est réduite [Heu02].

Le meilleur moyen de préserver de bonnes conditions de fonctionnement au pneumatique est de lui assurer au minimum que le plan de roue soit perpendiculaire au plan du sol en toute circonstances. Au mieux, on peut lui assurer un contre-carrossage pour faire participer une surface de contact plus grande, puisque les efforts de dérive déforment le pneu et le contact avec le sol est assuré principalement par la partie extérieure de la bande de roulement pour les architectures classiques de suspension. L'idée consiste à passer d'une solution au réglage statique du carrossage à une solution réactive de correction de ce dernier, où le mouvement de la suspension en virage nous permet d'obtenir une posture optimale de la roue. Le principe de base consiste à modifier l'architecture d'un mécanisme de suspension initial pour libérer un ou plusieurs degrés de mobilité. Le choix s'est porté sur un essieu multibras puisque nous avons vu que ce type de géométrie est une des plus performantes. De plus, cette architecture permet de plus grandes possibilités de réglages des épures cinématiques. Il est ainsi possible d'obtenir un ou plusieurs degrés supplémentaires en mouvements latéraux par rapport aux degrés de mobilités habituels liés au débattement vertical. La société Michelin a proposé plusieurs concepts de solutions brevetées allant dans ce sens. L'objectif est de donner forme à une cinématique saine pour toutes les sollicitations possibles et assurant un comportement cinématique réactif optimal en virage. Il est aussi possible d'intégrer un système de commande actif en complément pour lui imposer une loi de commande optimale le cas échéant.

L'objectif visé par la société Michelin est de provoquer de manière réactive la prise de contre-carrossage en virage pour assurer une meilleure tenue de route et une meilleure reprise d'efforts latéraux. En fait, il s'agit de mettre à profit les efforts latéraux qui ne favorisaient pas jusque là le pneu et la suspension. En effet, les seuls concepts ayant vu le jour jusqu'alors étaient des systèmes actifs ayant pour objectif le contrôle de carrossage basés sur l'inclinaison sélective par le biais d'un actionneur motorisé ou commandée par le braquage imposé des roues avant. Le mécanisme de suspension, nommée OCP pour *Optimized Contact Patch*, est décrit dans les brevets mondiaux WO20058949 [BGP02] et WO2004009383 [ABGo4] (figure 1.11). A partir d'une architecture multibras à roues indépendantes avec deux degrés de mobilité en débattement vertical, l'objectif consiste à libérer un degré supplémentaire pour l'ensemble de la suspension. Ce degré correspond au débattement en carrossage sous sollicitation latérale. La possibilité de disposer de ce degré de liberté

supplémentaire est réalisée par la mise en place d'un berceau central mobile, appelé bielle centrale ou berceau oscillant, en mouvement par rapport au berceau proprement dit, fixé à la caisse.

Le brevet initial décrit la solution comme suit. L'extrémité extérieure des bras de suspension est connectée sur la fusée ou porte-roue. La partie intérieure est pour sa part connectée sur la bielle centrale, laquelle est elle-même connectée à la caisse par une liaison fixe. Une première géométrie se caractérise par une bielle centrale commune aux deux paires de bras droits et gauches. Le contrôle de l'élément central peut s'effectuer par la mise en place d'une raideur en torsion autour de la liaison (système réactif) ou par un actionneur (système actif). Dans cette configuration, il est clair que les roues ne sont plus réellement indépendantes.

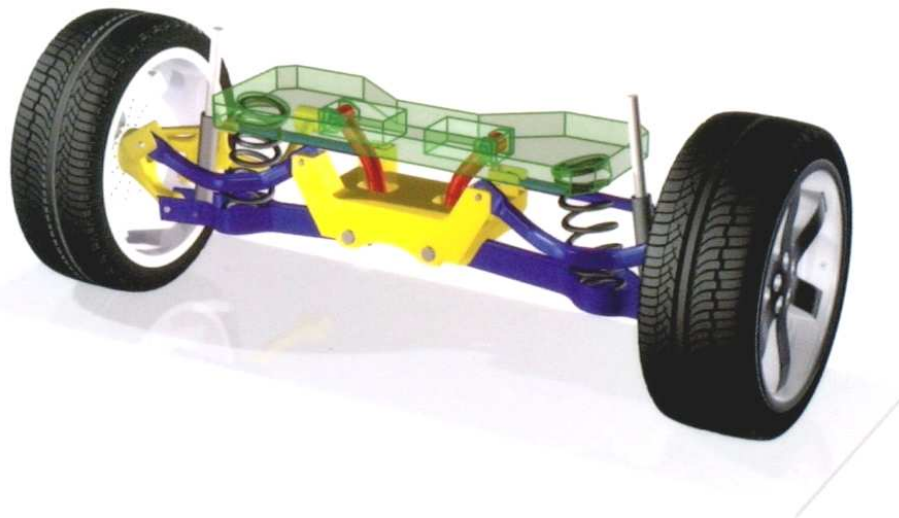


figure 1.11. Maquette virtuelle de l'essieu OCP [HRG05]

1.2.6. Modélisations des liaisons au sol

Il existe différents types de modélisation des véhicules et de leurs liaisons au sol qui diffèrent selon le phénomène étudié et la finalité du modèle.

Le modèle le plus simple pour l'analyse du comportement d'un véhicule est le modèle à deux dimensions d'Ackermann. Dans ce modèle, on ne considère que deux roues placées sur le plan médian du véhicule. Ce modèle permet d'estimer les efforts sur chaque essieu en virage et d'étudier la stabilité de lacet en fonction de la position du centre de gravité et des angles de braquage. Toutefois, il ne prend pas en compte les différences d'angle de dérive entre les roues d'un même essieu. Le modèle quadricycle est un peu plus complet puisqu'il permet de tenir compte des différences d'angle de braquage entre les roues et des transferts de charge en cas d'accélération latérale et longitudinale. Ces modèles sont schématisés dans la figure 1.12.

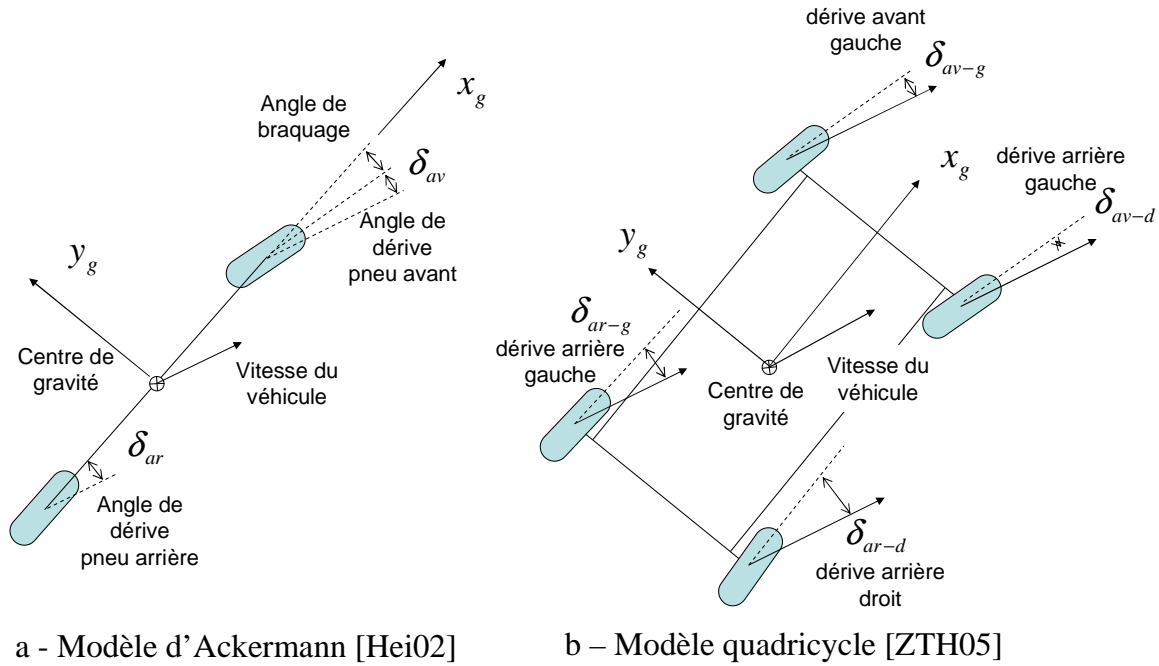


figure 1.12. Modèle de véhicule à deux dimensions.

Un deuxième type de modèle à deux dimensions est celui du mécanisme de l'essieu approximé comme un mécanisme dans le plan transversal du véhicule. Ce type de modélisation permet notamment de déterminer au stade de l'avant-projet l'influence des paramètres géométriques sur la position du centre de roulis. La figure 1.13 présente la construction géométrique qui permet d'établir la position du centre de roulis entre le châssis et le sol (CS) pour une suspension à triangles superposés. La position des bras de suspension supérieurs (1, 2) et inférieurs (3, 4) permet de déterminer la position du centre instantané de rotation des roues par rapport au châssis (RC). Le centre instantané de rotation de la roue par rapport au sol (RS) se situe au point de contact pneu-sol. Le centre de roulis se situe alors à l'intersection des deux droites passant par les points RC et RS de chacune des roues.

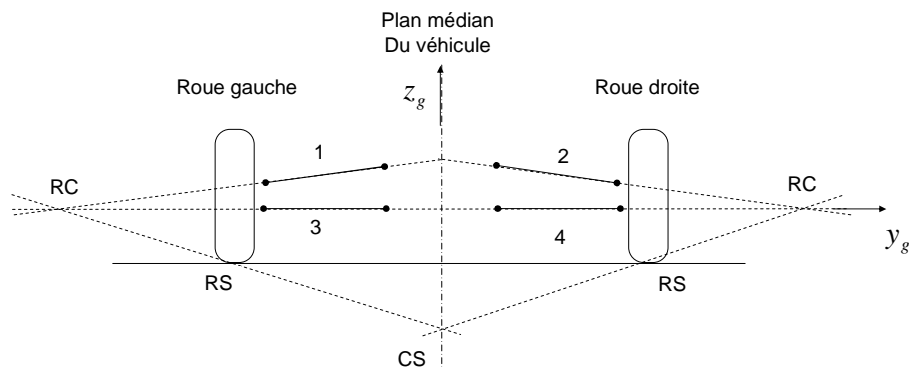


figure 1.13. Construction géométrique du centre instantané de roulis [Hal95].

La localisation du centre de roulis est un élément essentiel pour pouvoir juger de la stabilité du véhicule au renversement latéral [Karo04]. La plupart des modèles utilisés pour caractériser le renversement latéral sont des modèles exprimés dans le plan de roulis du véhicule, mais ceux-ci sont généralement complétés par un modèle bicyclette de Ackermann dans lequel on ajoute les variables dynamiques [Bou06]. Le modèle utilisé par Ryu et représenté dans la figure 1.14 permet en plus de prendre en compte l'inclinaison de la route.

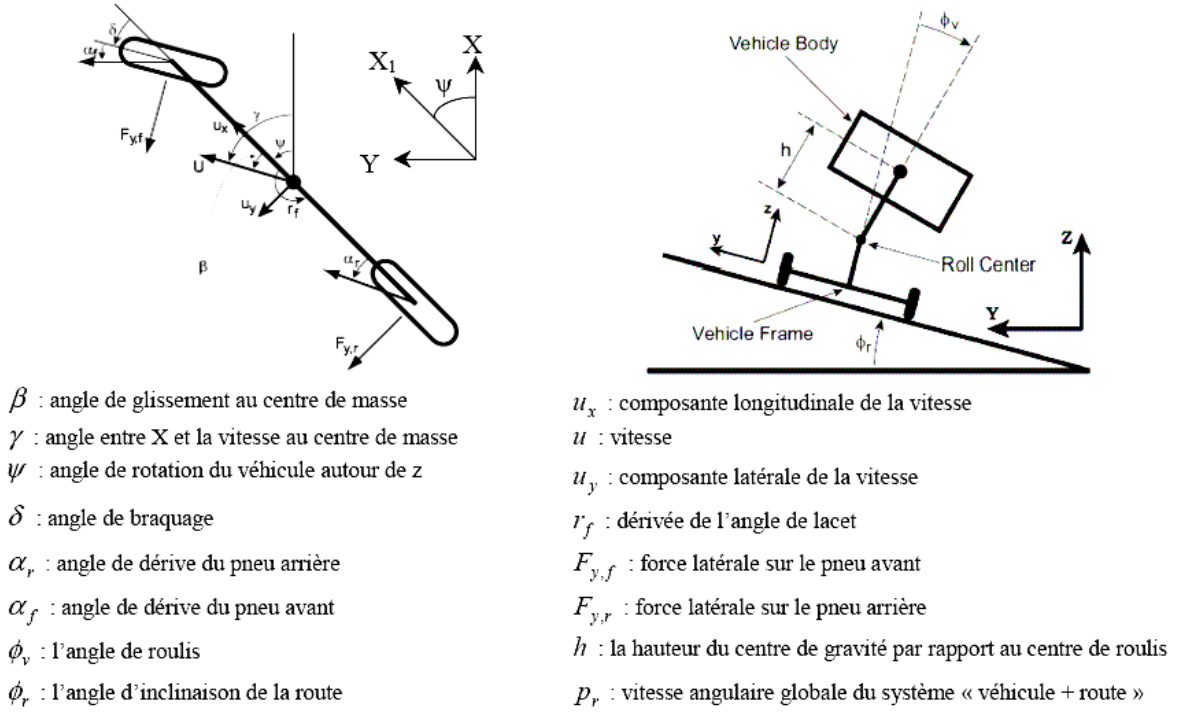


figure 1.14. Modèle de véhicule pour la stabilité au renversement latéral [RyB02].

Cependant ces modèles bidimensionnels sont insuffisants pour représenter le comportement réel d'un mécanisme de suspension qui est un mécanisme spatial. L'utilisation de modèles tridimensionnels est nécessaire.

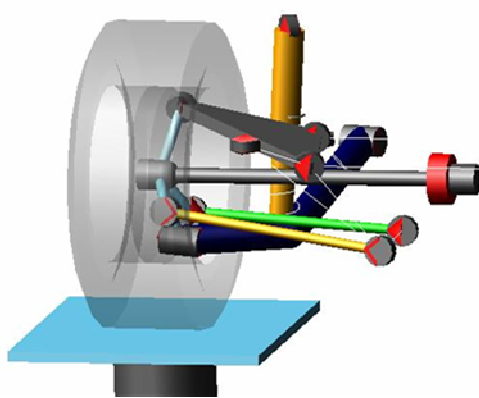
D'une manière générale, les mécanismes de suspensions automobiles sont des mécanismes en chaînes fermées à un degré de liberté. Il est possible d'établir un modèle géométrique analytique à partir des équations de liaison. Celui-ci prend la forme d'un système d'équations polynomiales qui permet de déterminer l'état de la suspension en fonction de la valeur du débattement vertical [Mer96]. La résolution d'un tel système d'équations est réalisée le plus souvent avec des méthodes numériques itératives du type Newton-Raphson. Cette méthode pose toutefois certains problèmes car les mécanismes à chaînes cinématiques fermées multiples peuvent admettre plusieurs solutions satisfaisant les équations de liaison. Cette difficulté, qui existe de manière similaire dans le domaine de la robotique parallèle, peut être contournée en utilisant la méthode des intervalles [PMD05].

Les modèles cinématiques basés sur l'expression analytique des équations de liaisons utilisent un nombre de paramètres géométriques minimal et leur résolution demande peu de temps de calcul. Ce type de modèle est donc particulièrement adapté pour la conception optimale de la géométrie du mécanisme de suspension [SiBo2]. Toutefois, ces modèles sont difficiles à établir car le paramétrage du modèle et la formulation des équations est différente pour chaque structure d'essieu.

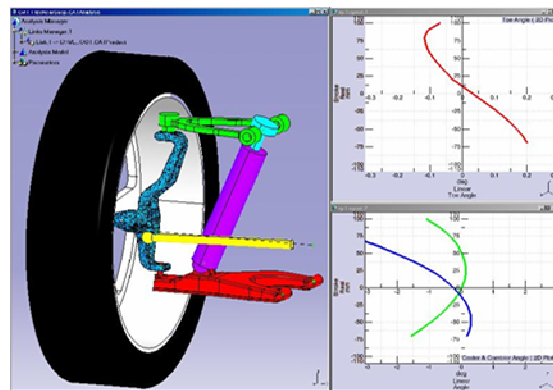
Les modélisations tridimensionnelles plus couramment employées par l'industrie automobile sont les modèles élastocinématiques construits en utilisant des logiciels de simulation de mécanismes multicorps. Ces logiciels sont capables d'établir de manière automatique les équations du mouvement, en statique et en dynamique, pour tout type de mécanisme composé de corps solides indéformables, de liaisons cinématiques et de rigidités localisées. Les équations du mouvement sont généralement obtenues en utilisant le formalisme de Lagrange. Ce sont des équations différentielles d'ordre 2 dont la résolution

peut être envisagée numériquement avec un schéma itératif [TEWo2] [NeHo1]. Ce formalisme a l'avantage d'être facilement généralisable pour tout mécanisme mais nécessite un temps de calcul plus important.

Ces outils de modélisation sont utilisés tout d'abord pour définir des modèles élastocinématiques complets des systèmes d'essieu. Ces modèles permettent de calculer les épures élastocinématiques en tenant compte de tous les éléments flexibles du système. Les modèles élastocinématiques d'essieux sont utilisés pour réaliser des simulations en statique. Ceci est justifié par le fait que les phénomènes d'inertie des composants de l'essieu sont peu significatifs face à l'inertie du véhicule complet. A titre d'illustration, la figure 1.15 montre la représentation graphique de deux modèles d'essieu réalisés avec deux logiciels commerciaux : "Adams/Car" édité par MSC Software et "Virtual.Lab Suspension Motion" édité par LMS (évolution du logiciel DADS). Sous les roues du véhicule est représenté un banc de caractérisation virtuel similaire au banc de caractérisation des essieux réels.



a – Modèle MSC Adams/car



b – Modèle LMS Virtual.Lab Suspension Motion

figure 1.15. Modèle multicorps élastocinématique d'un essieu.

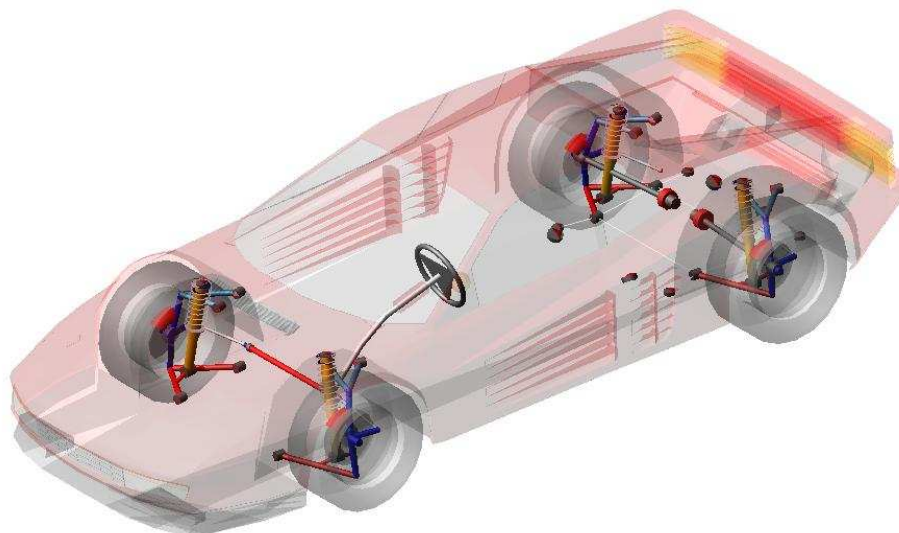


figure 1.16. Modèle multicorps dynamique d'un véhicule complet avec Adams/Car.

Les modèles d'essieux avant et arrière peuvent ensuite être assemblés afin de constituer un modèle de véhicule complet tel que représenté dans la figure 1.16. Le modèle du véhicule complet peut aussi prendre en compte le mécanisme de direction, le système de freinage et de transmission.

Pour pouvoir simuler le comportement réel du véhicule, il est nécessaire de disposer d'un modèle de comportement des pneumatiques. Le modèle le plus connu est celui de Pacejka aussi appelée *formule magique* [PaB93]. Cette modélisation repose sur une équation principale à partir de laquelle l'effort latéral, le moment d'auto-alignement ou l'effort longitudinal en base de roue sont déterminés par identification avec des résultats expérimentaux.

Un autre type de modélisation rencontrée dans la littérature concerne plus particulièrement le comportement dynamique de la suspension. Ces modèles considèrent, selon le problème étudié, un quart de véhicule (une roue) [KiRoo], un essieu [HNH99] ou la suspension du véhicule complet.

La figure 1.17 schématise un modèle dynamique d'essieu. Ce modèle assimile le système mécanique complexe de la suspension à un système simplifié composé de masses, ressorts et amortisseurs. La distinction est faite entre la masse suspendue, c'est-à-dire l'ensemble des masses liées solidaires du châssis (m_B) et les masses non suspendues (m_{WL} , m_{WR}) représentant les masses du pneumatique, de la roue, du moyeu et du porte-moyeu. Les masses non suspendues sont liées au sol par une rigidité et un amortissement représentatifs du comportement du pneumatique (c_W , d_W). La masse suspendue et les masses non suspendues sont liées par des rigidités et amortissements représentatifs de la suspension du véhicule (c_B , d_B). Ces rigidités et amortissements sont bien sûr conditionnés par les ressorts de suspension et les amortisseurs du véhicule, mais dépendent aussi de la structure cinématique de l'essieu [K RK99].

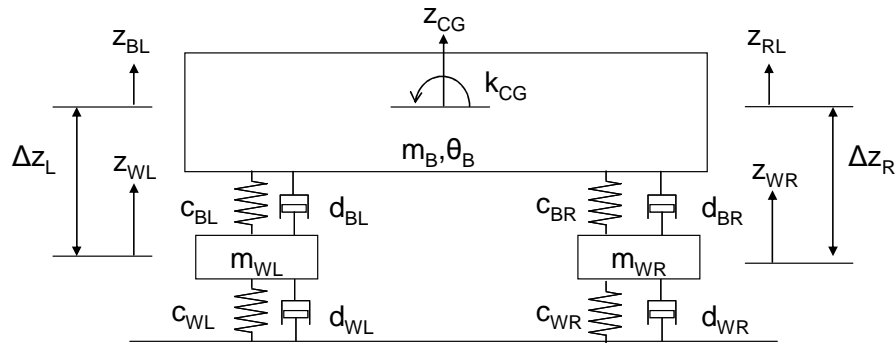


figure 1.17. Modèle dynamique d'une suspension [HNH99].

Les modèles dynamiques sont utilisés pour étudier les oscillations du châssis engendrées par les irrégularités de la route. Les mouvements du châssis sont un élément déterminant du confort du véhicule. Les modèles dynamiques sont aussi utilisés pour la commande des suspensions active et semi-actives. Pour représenter correctement le comportement réel d'un véhicule, les rigidités et amortissements sont des fonctions non linéaires. L'identification du modèle de suspension est alors une étape essentielle pour obtenir un système performant.

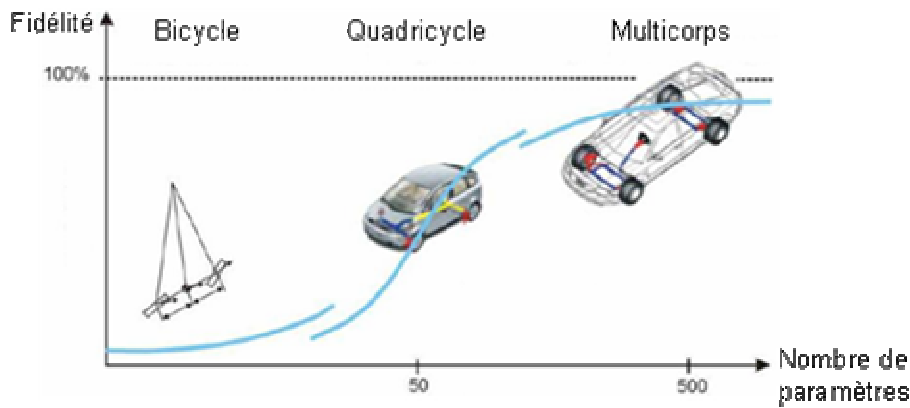


figure 1.18. Complexité et fidélité des différents modèles de véhicule [Hei02].

Nous voyons ici qu'il existe une grande variété de modèles pour l'analyse du comportement des véhicules. Les modèles les plus simples, avec un nombre réduit de paramètre et de degrés de liberté, permettent une approche analytique de la dynamique des véhicules. Les modèles multicorps très complexes permettent la simulation du comportement du véhicule dans toutes les situations. Ce sont les modèles les plus performants au niveau de la fidélité par rapport au comportement réel du véhicule. Mais cela implique l'utilisation d'un nombre important de paramètres [Frio6]. La figure 1.18 illustre ce compromis entre simplicité et fidélité des différentes familles de modèle.

1.3. Problématiques d'identification

D'une manière générale, un problème d'identification consiste à minimiser la différence de comportement entre un modèle et un système réel. Par système, on désigne ici tout objet au sein duquel des variables de différentes natures interagissent avec des entrées et produisent des signaux observables : les sorties. Un système peut alors être représenté schématiquement par la figure 1.19.

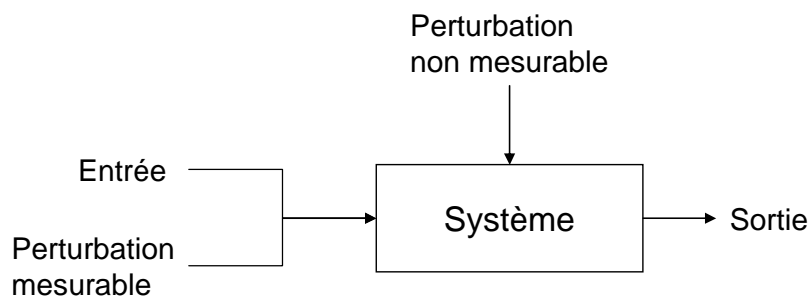


figure 1.19. Schématisation d'un système [Lju99].

Le problème d'identification consiste à déterminer un modèle et les paramètres de ce modèle afin de minimiser l'écart entre ce modèle et le système réel. Cela suppose de définir un critère d'erreur qui quantifie l'écart entre le modèle et la réalité. L'identification est donc une démarche expérimentale pour laquelle on peut distinguer quatre étapes [Lju99]:

- Acquisition des données expérimentales (entrées et sorties).
- Choix de la structure du modèle.

- Identification des paramètres du modèle choisi à partir des données expérimentales.
- Validation du modèle identifié.

L'identification peut être considéré comme une démarche itérative entre ces étapes (figure 1.20).

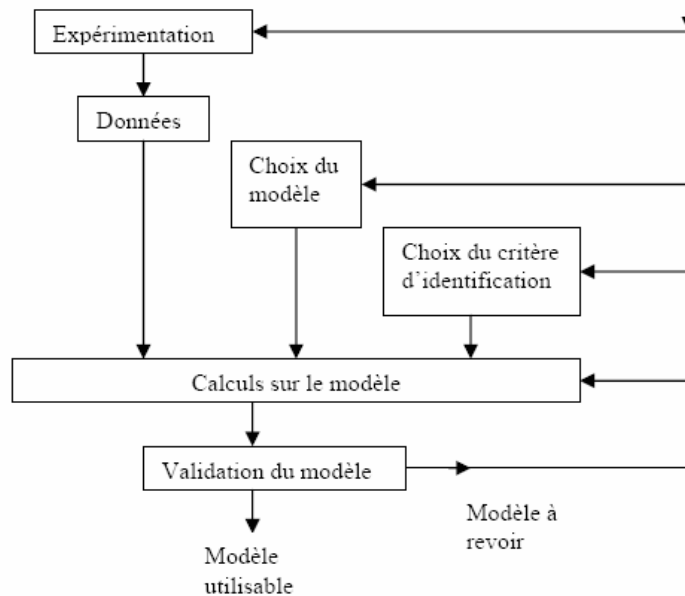


figure 1.20. Procédure d'identification d'un système [Lju99].

Dans la littérature, le problème de l'identification est largement abordé du point de vue de l'automatique [Sou06]. En effet, pour pouvoir contrôler et commander un système, il est primordial de posséder une modélisation correcte qui permette de connaître les entrées nécessaires pour obtenir une sortie voulue [LaF98]. Cependant, l'identification est un problème qui se pose dans de nombreux domaines de l'ingénierie et pour lesquels des méthodologies variées existent.

1.3.1. Structure du modèle

Le choix de la structure du modèle dépend du type de problème abordé. On peut distinguer deux types de modèles : les modèles de connaissance et les modèles de représentation [WaP94].

Un modèle de représentation est un ensemble de fonctions mathématiques qui permettent de reproduire le comportement d'un système indépendamment de sa structure physique. On utilise ces modèles lorsque les phénomènes physiques mis en jeu sont trop complexes pour pouvoir identifier tout les paramètres, ou lorsque l'on ne connaît pas a priori le fonctionnement interne du système. On appelle couramment ce type de modèle des "boîtes noires" et les paramètres d'un tel modèle n'ont pas nécessairement de signification physique. Il existe différents types de fonctions qui sont des "approximateurs universels" : les réseaux de neurones, les ondelettes, les fonctions radiales (RBF).

Ces fonctions sont utilisées dans des domaines aussi variés que l'identification des codes postaux pour le tri automatisé du courrier [DMS02], la détections de fissures dans les structures mécaniques [LiW98] ou la

reconnaissance de personnes par analyse de photos du visage [TFV98]. Elles sont aussi utilisées pour la modélisation dynamique des suspensions automobile destinée aux systèmes de suspension actives ou semi-actives [GHY04] [HNH99].

A l'opposé, le modèle de connaissance (ou modèle phénoménologique) tente de reproduire le comportement du système réel par l'analyse des phénomènes physiques à l'origine de son fonctionnement. Les paramètres d'un tel modèle sont alors des grandeurs physiques internes au système. Dans le cas de la modélisation de systèmes mécaniques, il s'agira alors par exemple de paramètres géométriques, d'inertie, d'amortissement et de rigidités.

Indépendamment du type de modèle utilisé, une difficulté majeure des problèmes d'identification consiste à choisir un modèle dont la complexité soit adaptée au système étudié. Un modèle insuffisamment complexe ne permettra pas de reproduire correctement le système réel.

On pourrait penser qu'un modèle plus complexe peut toujours mieux représenter les résultats expérimentaux et le choix du modèle est alors un compromis entre complexité et performance. Cependant lorsque les données expérimentales sont bruitées, les degrés de liberté supplémentaires d'un modèle trop complexe peuvent servir à modéliser une réalisation particulière du bruit. L'identification du même système à partir de données expérimentales différentes aboutira alors à un jeu de paramètres et un comportement du modèle différent. Le modèle trop complexe ne permettra pas alors de donner une bonne prédiction du comportement du système [WaP94].

De plus, lorsque le nombre de paramètres est trop important, certains paramètres sont non identifiables. Un paramètre p_i est dit non identifiable si il existe une infinité de valeurs de p_i telles que les sorties du système soient égales aux sorties du modèle [SeFo1]. Dans le cas d'un modèle de connaissance, la non-identifiabilité pose le problème du réalisme du modèle. Même si le modèle identifié possède un comportement identique au système de référence, il n'existe aucune certitude que les paramètres identifiés correspondent aux paramètres réels.

1.3.2. Identification des paramètres

Une fois la structure du modèle déterminé, l'identification des paramètres consiste à déterminer le jeu de paramètres qui définissent le meilleur modèle compte tenu du but fixé à la modélisation. Cette détermination passe par la définition d'un critère $j(\mathbf{p})$, fonction scalaire des paramètres \mathbf{p} du modèle, qu'il faudra optimiser. Le critère compare l'ensemble des résultats expérimentaux, exprimés sous la forme d'un vecteur \mathbf{y}^s , avec les sorties du modèle $\mathbf{y}^m(\mathbf{p})$.

Les critères quadratiques, aussi appelés critères des moindres carrés ou norme 2, sont de loin les plus utilisés à cause de leur caractère intuitif et du fait qu'ils s'adaptent bien aux calculs d'optimisation. Ces critères peuvent s'écrire sous la forme :

$$j_{mc}(\mathbf{p}) = \mathbf{e}^T(\mathbf{p}) \mathbf{Q} \mathbf{e}(\mathbf{p}),$$

où \mathbf{Q} est une matrice de pondération et $\mathbf{e}(\mathbf{p})$ la différence entre le modèle et les données expérimentales : $\mathbf{e}(\mathbf{p}) = \mathbf{y}^s - \mathbf{y}^m(\mathbf{p})$.

Malgré leur utilisation presque universelle, les critères quadratiques ne sont pas toujours les plus adaptés au problème d'identification rencontré. Il existe d'autres critères utilisables tels que les critères en valeur absolue (ou

norme 1), en maximum (ou norme infinie), ou encore les critères bayesiens [WaP94] [Sou06].

Les paramètres \mathbf{p} qui minimisent le critère choisi peuvent être obtenus avec diverses méthodes d'optimisations. Différents facteurs interviennent dans le choix de la méthode d'optimisation selon qu'il s'agisse d'un problème linéaire ou non linéaire, si le nombre de paramètres est plus ou moins important, si le problème est contraint ou non contraint.

Lorsque l'on aborde l'identification des systèmes mécaniques il apparaît que le domaine de la robotique est le plus étudié. En mode statique, la précision d'un robot dépend non seulement de la qualité de ses asservissements, mais également de l'exactitude du modèle géométrique utilisé. Or le modèle théorique (de conception) ne prend pas en compte les défauts des segments et des transmissions du mécanisme [KhD99]. Pour l'identification géométrique des robots on cherche à identifier les constantes du modèle géométrique directe (longueurs et angles) de telle sorte que la pose de l'organe terminal (position et orientation) du modèle coïncide avec celle du robot réel pour un jeu de paramètres articulaires donné.

1.4. Besoin industriel

En raison de la complexité des phénomènes qui entrent en jeu dans le fonctionnement d'une liaison au sol et des différents critères d'appréciation de sa qualité, les outils de simulation numériques sont devenus indispensables pour toute étude de conception. Depuis l'apparition des outils de simulation multicorps, l'industrie automobile en a été le principal utilisateur [Blu99].

Des logiciels spécialisés ont fait leur apparition pour traiter les problèmes spécifiques liés à la conception des liaisons au sol. Afin de pouvoir simuler de manière la plus réaliste possible la dynamique du véhicule, les modèles sont devenus très complexes. Il est ainsi possible de prendre en compte (entre autres) le comportement élastique des pièces métalliques et le comportement non linéaire des liaisons élastiques.

Avant de pouvoir utiliser les modèles élastocinématiques pour le développement de nouvelles solutions techniques ou l'amélioration de solutions existantes, il est nécessaire de vérifier la qualité de ces modèles. C'est pourquoi les modèles d'étude sont définis à partir de véhicules existants. Il est alors nécessaire d'établir les paramètres géométriques (dimensions des pièces) et les paramètres de rigidités nécessaires à la définition du modèle. Lorsque l'on ne connaît pas a priori les paramètres de conception de l'essieu, il est nécessaire de le démonter et de caractériser chaque élément indépendamment.

Les dimensions fonctionnelles des pièces sont mesurées à l'aide de machines à mesurer tridimensionnelles (MMT). Les MMT employés pour ces mesures sont généralement des machines portables de type bras de mesure. Une photographie de ce type de machine est reproduite dans la figure 1.21. D'une précision inférieure aux MMT classiques de type portique, les bras de mesure sont appréciés pour leur souplesse d'emploi et leur volume de travail important. Ils peuvent facilement être déplacés et servir à réaliser des mesures directement sur les véhicules. Ces bras de mesures peuvent aussi être dotés de scanner laser 3D afin de numériser complètement la géométrie de pièces pour des travaux de rétro ingénierie. Il apparaît cependant que ces scanners sont insuffisamment précis et peu adaptés à la mesure de cotes fonctionnelles [JMO06].

Pour caractériser la précision d'une machine à mesurer tridimensionnelle portable du type bras de mesure, plusieurs protocoles sont utilisés. Les trois protocoles principaux les plus souvent utilisés dans les documentations techniques des constructeurs sont :

(1) Points sur sphère : avec le palpeur du bras de mesure, des centaines de points sont mesurés sur une sphère. Les points sont pris en utilisant des postures variées du bras de mesure. Le centre de la sphère est calculé à partir de cet ensemble de points. La précision est analysée comme l'intervalle à 2σ des longueurs entre le centre calculé de la sphère et les points de mesure. σ représente ici l'écart type des distances entre les points de mesure et le centre de la sphère. Cette méthode d'essai est typiquement employée pour la comparaison entre machines de mesure et n'est pas recommandée pour déterminer la répétabilité du bras de mesure.

(2) Points dans cône : le palpeur du bras de mesure est placé dans un logement conique et différents points sont mesurés à partir des directions d'approche variées. La précision est interprétée comme l'intervalle à 2σ des distances entre chaque point de mesure et le point moyen sur l'ensemble de mesures. Cet essai est la méthode la plus reconnue pour déterminer la répétabilité articulaire de la machine de mesure.

(3) Précision de longueur volumétrique : est déterminée en employant des accessoires de longueur calibrée, qui sont mesurés à divers endroits et pour différentes orientations dans tout le volume de travail du bras de mesure. Cet essai est le plus représentatif de la précision utile d'un bras de mesure pour des applications pratiques.



a – Bras de mesure tridimensionnel



b – Réalisation de mesures sur véhicule avec un bras de mesure

figure 1.21. Machine à mesurer tridimensionnelle portable [Rom06].

Pour déterminer les rigidités des liaisons élastiques, il faut réaliser des tests de traction et de torsion sur des bancs de mesure spécifiques [KWH03]. De la même manière, les ressorts et amortisseurs doivent être testés afin d'établir précisément leur comportement.

Le démontage et la mesure de ces paramètres ainsi que la définition du modèle élastocinématique correspondant est un travail long [Blu99]. Nous avons vu précédemment que le comportement d'un essieu est caractérisé par ses épures. La qualité d'un modèle élastocinématique est donc jugée sur la comparaison des épures de l'essieu réel avec celles obtenues par simulation.

Afin d'établir ces épures pour un essieu réel, un banc de caractérisation spécifique, appelé banc Kinematic & Compliance (K&C) est employé. La figure 1.22 reproduit une photo du banc K&C [MTSo1]. Le châssis du véhicule est solidarisé au bâti du banc à l'aide de brides et de tirants croisés. Sous les deux roues de l'essieu sont disposés des plaques qui reproduisent le contact roue-sol. Ces plaques sont asservies selon six degrés de liberté en position et en effort grâce à un ensemble d'actionneurs. Il est ainsi possible de reproduire tout type de cas de chargement. Le banc est équipé d'un système de mesure en continu des déplacements de la roue. Les épures sont alors obtenues en imposant un déplacement vertical à la roue et en observant les translations et les rotations induites. Il est aussi possible d'observer le comportement de la roue lorsque des efforts latéraux ou longitudinaux sont imposés, ou lorsqu'un mouvement de roulis pur est imposé (débattement opposé entre roue droite et roue gauche).

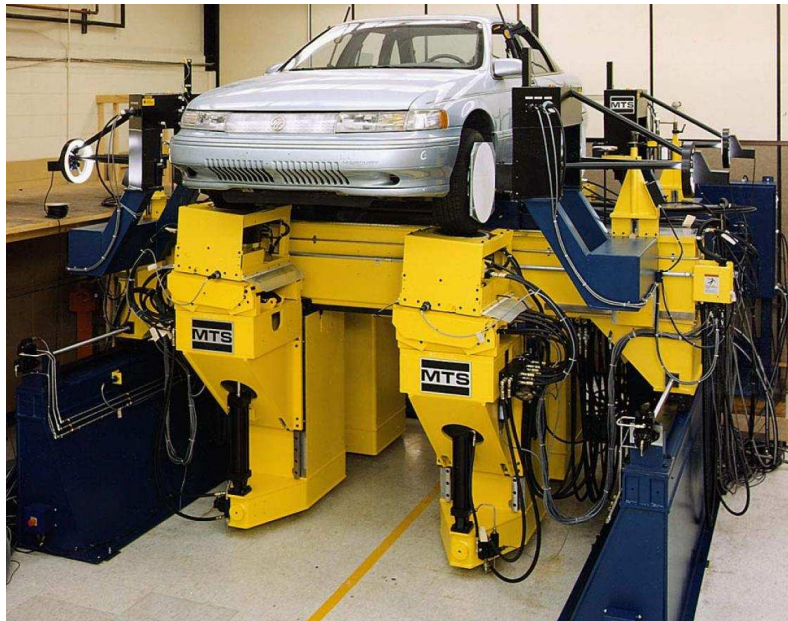


figure 1.22. Banc de caractérisation "Kinematic & Compliance" [MTS01]

Malgré la connaissance par mesure des paramètres géométriques et des paramètres de rigidité, il apparaît dans la plupart des cas un manque de corrélation entre le modèle élastocinématique et l'essieu réel [OBP98] [TEWo2]. A l'origine de ces différences, il y a les incertitudes liées aux jeux nécessaires à l'assemblage du mécanisme et le comportement complexe des liaisons élastiques qui ne peut être totalement modélisé par les logiciels de simulation multicorps, notamment pour des cas de charge combinés [Gano2]. Un travail d'identification est alors nécessaire pour obtenir un modèle satisfaisant.

Cependant, la mise en œuvre d'une méthode d'identification basée sur les seules données expérimentales du banc K&C est un travail long et complexe. Il faut tout d'abord définir un critère basé sur les différentes épures élastocinématiques. Ensuite il faut déterminer quels sont les paramètres du système les plus influents sur le comportement de la roue, afin de réduire le nombre de paramètres que l'on cherche à identifier. En effet les modèles élastocinématique multicorps comportent un nombre trop important de paramètres pour pouvoir tous les intégrer dans le processus d'optimisation. Ainsi, le comportement des liaisons élastiques est souvent approximé en utilisant un seul paramètre de rigidité [KnMo6] [RoRo2].

Aucune de ces étapes n'est insurmontable, mais elles requièrent chacune une analyse fine du mécanisme à modéliser et l'utilisation d'outils de calcul très performants.

Actuellement, l'amélioration de la corrélation modèle-réalité fait appel essentiellement à l'expertise de l'ingénieur d'étude chargé de la modélisation. Il s'aide en cela de la méthodologie des plans d'expérience qui permet de déterminer l'influence des différents paramètres de conception [SPE97] [RRC02].

A l'issue de cette analyse, il apparaît un fort besoin d'amélioration des méthodes de caractérisation et de modélisation des essieux. Étant donné la grande variété des essieux existants et des innovations proposées par les constructeurs, ces méthodes doivent être applicables à différentes structures cinématiques.

1.5. Problématique scientifique et direction de recherche

L'objectif des travaux présentés ici est double. Tout d'abord nous souhaitons pouvoir déterminer les paramètres les plus représentatifs de l'essieu réel afin de disposer d'un outil fiable de conception et d'optimisation des liaisons au sol. Ensuite, nous souhaitons simplifier le processus de modélisation d'un essieu en réduisant le nombre de manipulations et d'opérations de mesure nécessaires à la définition d'un tel modèle. Pour cela nous verrons dans quelle mesure il est possible de déterminer les paramètres essentiels d'un essieu sans avoir à le démonter.

Face à la complexité des modèles élastocinématiques employés pour représenter le comportement des mécanismes de liaison au sol, la seule observation du comportement de la roue semble insuffisante pour déduire les paramètres fonctionnels du mécanisme. C'est pourquoi le présent travail de thèse propose une méthode originale de caractérisation du comportement d'un essieu par l'observation des chaînes cinématiques du mécanisme. Cette méthode, par ailleurs proposée pour l'identification géométrique des robots à structure parallèles [RAM05], permet d'apporter une information plus complète et utilisable pour l'analyse du fonctionnement interne du mécanisme. Au lieu d'un problème d'identification global du mécanisme, nous pouvons alors traiter un problème local d'identification du comportement des liaisons.

Afin de proposer des méthodes utilisables industriellement, nous souhaitons nous baser sur des moyens de mesure actuellement utilisés dans les ateliers. Nous ne discuterons pas dans le présent travail des problèmes spécifiques au domaine de la métrologie.

Afin de tester la validité des méthodes proposées, nous définirons tout d'abord un modèle élastocinématique de référence d'un mécanisme de liaison au sol. Grâce à ce modèle de référence, nous pouvons calculer par simulation numérique les informations nécessaires à l'application des méthodes d'identification. Ces informations sont alors utilisées pour identifier un deuxième modèle élastocinématique dont les paramètres géométriques ou les paramètres de rigidité sont indéterminés. Le comportement du modèle identifié est ensuite comparé au comportement du modèle de référence. Cela permet de valider la qualité de l'identification.

Dans un second temps et chaque fois que cela a été possible, la méthode proposée a également été validée sur des résultats expérimentaux issus de

mesures sur véhicule complet ou essieu de test. A l'issue de l'identification, le comportement du modèle identifié est comparé au comportement du système réel caractérisé sur le banc K&C.

Dans le chapitre 2, nous proposons un protocole expérimental qui permet de calculer la position et l'orientation des pièces dans un mécanisme de suspension assemblé et en charge. Basée sur l'utilisation d'une MMT portable, cette méthode se veut volontairement simple de mise en œuvre. La confrontation des mesures réalisées sur les pièces démontées et sur le véhicule complet permet de réaliser une identification géométrique. Celle-ci a pour but de corriger les incertitudes sur les paramètres géométriques liées aux jeux d'assemblage.

Dans le chapitre 3, nous utilisons la connaissance de la position et de l'orientation de chacune des pièces dans le mécanisme pour analyser le mouvement de ces pièces lorsque les efforts appliqués aux roues du mécanisme varient. À partir de cette analyse, nous allons déterminer la position et l'orientation des liaisons dans le mécanisme. Il est ainsi possible de déterminer l'essentiel des paramètres géométriques du modèle sans démontage.

Nous avons vu précédemment que les liaisons élastiques étaient essentielles au fonctionnement d'un essieu moderne. L'identification de leur comportement est une étape essentielle à la définition d'un modèle élastocinématique réaliste. Dans le chapitre 4, à partir de la connaissance de la position et de l'orientation des pièces dans le mécanisme, il est possible de formuler ce problème d'identification des paramètres de rigidité en utilisant les équations du mouvement du mécanisme. Cette approche nous amène à exprimer l'identification des paramètres de rigidité d'un mécanisme complexe sous la forme d'un système d'équations linéaires.

L'approche précédente est toutefois difficile à mettre en œuvre car elle nécessite la connaissance de la position et de l'orientation de toutes les pièces du mécanisme. Dans la pratique, il arrive que certaines pièces soient inaccessibles à la mesure. C'est pourquoi dans le chapitre 5 une deuxième méthode d'identification des rigidités des liaisons élastiques est proposée. Cette méthode fait appel de manière itérative à un logiciel de simulation multicorps afin d'obtenir un comportement similaire entre le modèle et les observations expérimentales.

2. Identification géométrique par observation d'une position d'équilibre

La réalisation d'un modèle élastocinématique représentatif d'un essieu réel donné est en l'état actuel un travail long. La méthode de modélisation habituellement employée consiste à mesurer séparément les dimensions de chaque pièce supposée indéformable et les rigidités de chaque liaison élastique et ressort. Ces paramètres permettent de créer le modèle élastocinématique de l'essieu.

Cependant il apparaît que le modèle ainsi obtenu ne correspond pas à ce qui est observé sur l'essieu réel. Des mesures réalisées sur le véhicule complet à une position d'équilibre statique permettent de constater que les positions des liaisons dans le mécanisme réel sont différentes de celles calculées par le modèle pour ce même état d'équilibre. A l'origine de ces différences se trouvent de multiples incertitudes qui surviennent lors de la mesure des pièces et de l'assemblage du mécanisme.

Avant de s'intéresser au comportement élastocinématique du système, il est nécessaire de réaliser un modèle qui représente correctement le mécanisme pour sa position d'équilibre. Pour pouvoir réaliser ce modèle, il faut faire face à deux problèmes.

Tout d'abord il est nécessaire de connaître la position et l'orientation des liaisons au sein du mécanisme assemblé et en charge. Cette connaissance ne peut être acquise par mesure directe de surfaces fonctionnelles avec une machine à mesurer tridimensionnelle car ces surfaces sont difficilement accessibles à la mesure. Les mesures sont alors longues, imprécises et incomplètes. Il est donc nécessaire de mettre en place une méthode de localisation des liaisons spécialement adaptée aux conditions de mesures sur un essieu.

Ensuite, il faut construire un modèle élastocinématique qui soit cohérent avec le résultat des observations réalisées sur l'essieu assemblé et en charge. Cette opération n'est pas triviale car il est nécessaire de prendre en compte la déformation des liaisons élastiques et de corriger les erreurs liées aux incertitudes de mesures et aux jeux d'assemblage.

La figure 2.1 schématise la démarche originale qui a été mise en place pour construire le modèle élastocinématique d'un essieu donné.

La première étape consiste à mesurer chacune des pièces séparément afin de constituer un modèle géométrique. Sur ces pièces sont disposées des points de référence, ou amers. Les coordonnées de ces amers sont déterminées au cours d'une deuxième opération de mesure, sur le véhicule assemblé et en charge.

La confrontation des résultats de ces deux opérations de mesure va nous permettre de calculer la position et l'orientation des pièces et des liaisons dans le mécanisme. A partir de cette information géométrique et des propriétés de rigidité des liaisons élastiques et ressorts du système, un premier modèle élastocinématique est construit en utilisant le logiciel commercial de modélisation multicorps ADAMS.

Ce modèle permet de calculer la déformation des éléments élastiques correspondant à la position observée de l'essieu. Enfin, la connaissance de ces

déformations permet de corriger les paramètres géométriques du modèle afin de l'identifier géométriquement à l'essieu réel.

Après mise en œuvre, il s'avère que cette méthode simplifie à la fois les opérations de mesure et de reconstruction du modèle géométrique. La caractérisation du comportement de l'essieu utilisé pour cette application grâce au banc K&C permet de s'assurer de la représentativité du modèle ainsi constitué.

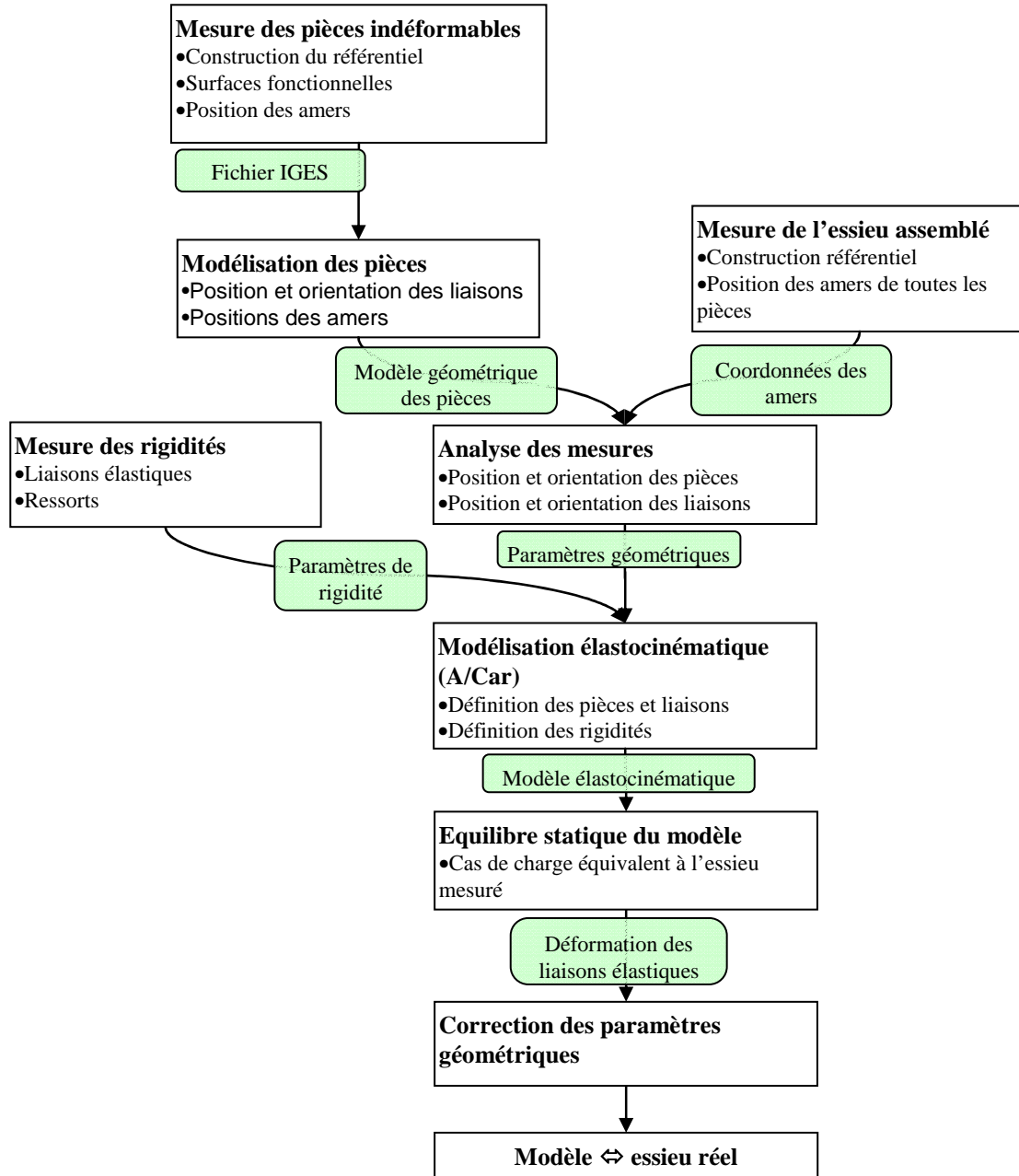


figure 2.1. Principale étapes de la méthode de modélisation et d'identification.

2.1. Mesure et modélisation géométrique des pièces

2.1.1. Formalisme des opérateurs homogènes

De nombreux formalismes existent pour représenter la position et l'orientation d'un objet dans l'espace. La méthode de représentation qui sera

utilisée au cours de ce travail est celle des opérateurs homogènes. Celle-ci permet en effet d'exprimer un mouvement de corps solide dans l'espace, ou un changement de repère, sous la forme d'un système d'équations linéaires.

2.1.1.1. Vecteur en coordonnées homogènes

Un vecteur $\mathbf{u} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} + u_z \mathbf{k}$ peut s'exprimer en coordonnées homogènes par une matrice

$$[u] = \begin{bmatrix} w & a_x & a_y & a_z \end{bmatrix}^T, \quad (2.1)$$

avec $u_x = \frac{a_x}{w}, u_y = \frac{a_y}{w}, u_z = \frac{a_z}{w}$. w est un scalaire différent de zéro qui tient compte de l'échelle de représentation. Par la suite on va prendre $w=1$

Les vecteurs de la forme $\begin{bmatrix} 0 & b_x & b_y & b_z \end{bmatrix}^T$ sont utilisés pour représenter les directions.

2.1.1.2. Opérateur homogène

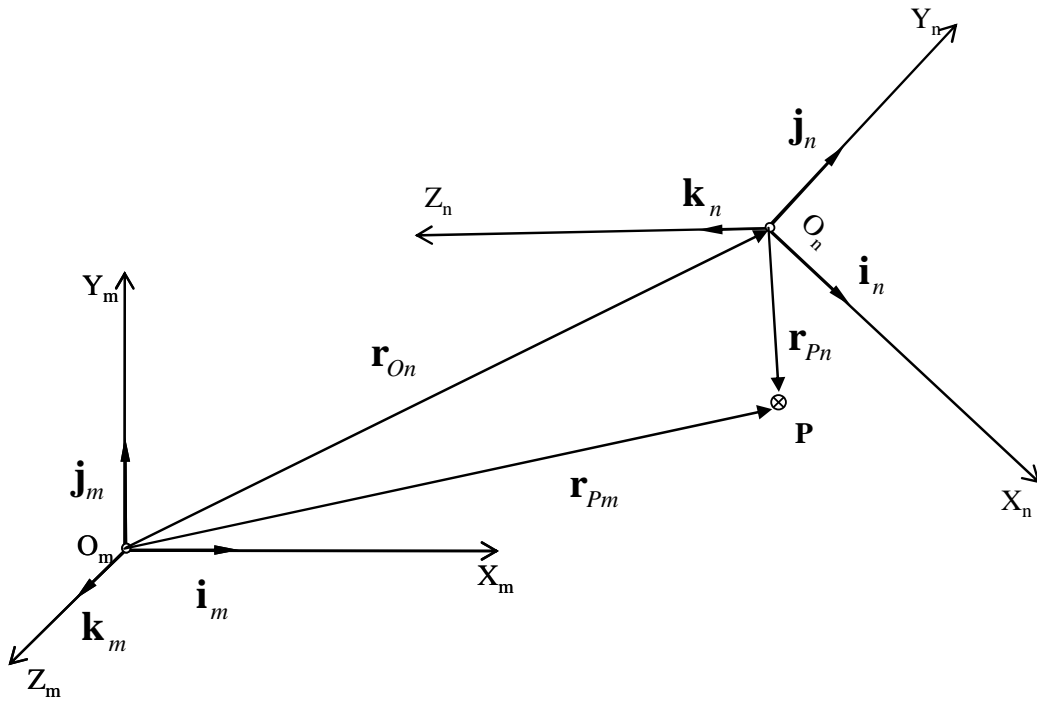


figure 2.2. Notations pour le calcul d'un opérateur homogène.

Dans le repère $R_m(O_m, X_m, Y_m, Z_m)$, le vecteur position \mathbf{r}_{Pm} du point P est noté en coordonnées cartésiennes $P_m = (x_{Pm}, y_{Pm}, z_{Pm})$. De même, dans le repère $R_n(O_n, X_n, Y_n, Z_n)$, le vecteur position \mathbf{r}_{Pn} du point P est noté en coordonnées cartésiennes $P_n = (x_{Pn}, y_{Pn}, z_{Pn})$. La relation entre ces deux notations peut s'exprimer [GoC96] :

$$[\mathbf{r}_{Pm}]_m = [\mathbf{r}_{On}]_m + [a_{mn}] [\mathbf{r}_{Pn}]_n \quad (2.2)$$

Et sous la forme matricielle, on a :

$$\begin{bmatrix} x_{Pm} \\ y_{Pm} \\ z_{Pm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{xm} \\ b_{ym} \\ b_{zm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Pn} \\ y_{Pn} \\ z_{Pn} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Dans cette relation, $[\mathbf{r}_{On}]_m = [x_{On} \ y_{On} \ z_{On}]^T$ représente les coordonnées du vecteur position du point O_n dans le système de coordonnées m . La matrice $[a_{mn}]$ est appelée matrice des cosinus directeurs car chacun de ses termes est calculé à partir du produit scalaire des vecteurs directeurs de chaque repère :

$$[a_{mn}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_m \cdot \mathbf{i}_n & \mathbf{i}_m \cdot \mathbf{j}_n & \mathbf{i}_m \cdot \mathbf{k}_n \\ \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{i}_n & \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{j}_n & \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{k}_n \\ \mathbf{k}_m \cdot \mathbf{i}_n & \mathbf{k}_m \cdot \mathbf{j}_n & \mathbf{k}_m \cdot \mathbf{k}_n \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

En coordonnées homogènes, on écrit :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x_{Pm} \\ y_{Pm} \\ z_{Pm} \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_{On} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ y_{On} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ z_{On} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_{Pn} \\ y_{Pn} \\ z_{Pn} \end{bmatrix}_n, \quad (2.5)$$

ou bien sous forme condensée :

$$[r_{Pm}]_m = [A_{mn}][r_{Pn}], \quad (2.6)$$

où $[A_{mn}]$ est l'opérateur homogène qui représente la position et l'orientation du référentiel n par rapport au référentiel m . Si un corps solide est associé au référentiel n , tout point appartenant à ce solide est repéré dans le repère n par un vecteur \mathbf{r}_{Pn} . La position de ce point dans le repère m est donnée par l'équation précédente.

Pour décrire l'orientation d'un référentiel, l'utilisation d'une matrice de rotation n'est pas toujours la solution la plus pratique. Un autre formalisme souvent employé est celui des angles d'Euler qui décrivent trois rotations successives. Ces angles, notés ϕ, θ, φ , peuvent être calculés à partir des termes de la matrice de rotation. Ainsi, pour la séquence de rotations successives autour de axes z-x-z, on définit les relations suivantes [GoC96] :

$$\begin{aligned} \phi &= \arctan \frac{a_{32}a_{21} - a_{22}a_{31}}{a_{11}a_{32} - a_{31}a_{12}}, \\ \theta &= \arctan \frac{\sqrt{\frac{1}{2}(a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{32}^2 + a_{31}^2)}}{a_{33}}, \\ \varphi &= \arctan \frac{a_{13}a_{22} - a_{12}a_{23}}{a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21}}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

2.1.2. Position et orientation des liaisons sur les pièces

Le but de la mesure des pièces démontées est de définir un modèle géométrique simplifié des pièces de l'essieu. Ce modèle géométrique définit, dans un référentiel attaché à la pièce, la position et l'orientation des liaisons ainsi que la position des amers. Il permettra d'établir une relation entre la position des amers

et la position des liaisons sur le mécanisme complet. Ces mesures sont réalisées avec une machine à mesurer tridimensionnelle.

Dans cette section sont présentées les méthodes pratiques pour définir la position et l'orientation des liaisons par la mesure de la position des amers.

Avant toute mesure de pièce, celle-ci doit être bridée sur un marbre et un référentiel de mesure de la pièce doit être défini. Le choix de ce référentiel, noté R_S , n'a pas d'incidence sur les mesures et les calculs qui suivent.

2.1.2.1. Liaison sphérique

La position d'une liaison sphérique est définie par le centre de la surface de contact entre les pièces. Ces surfaces de contact ne sont généralement pas accessibles aux mesures tridimensionnelles, car protégées par des soufflets ou des flasques. La mesure directe n'étant pas possible, la position est déduite du mouvement autorisé par la liaison entre les deux pièces.

Pour localiser le centre d'une rotule liant la pièce 1 à la pièce 2, telles que représentées dans la figure 2.3, il faut assembler les deux pièces avant de brider la pièce 1 sur le marbre. Dans ces conditions, tout point de la pièce 2 décrit une sphère lorsque cette pièce se déplace autour de la rotule. Pour retrouver le centre de la rotule, il suffit de mesurer les coordonnées d'un point particulier de la pièce 2 pour au moins quatre positions différentes de la pièce. On reconstruit alors la sphère passant par ces points. Le centre de cette sphère est alors le centre de la liaison sphérique. Pour réduire l'influence des bruits de mesure, il est préférable d'augmenter le nombre de positions mesurées et de choisir des positions éloignées l'une de l'autre.

A l'issue de cette manipulation, on est donc capable de définir le vecteur position de la liaison sphérique dans le repère pièce :

$$\mathbf{S}_{Rp} = [x_S \quad y_S \quad z_S]^T. \quad (2.8)$$

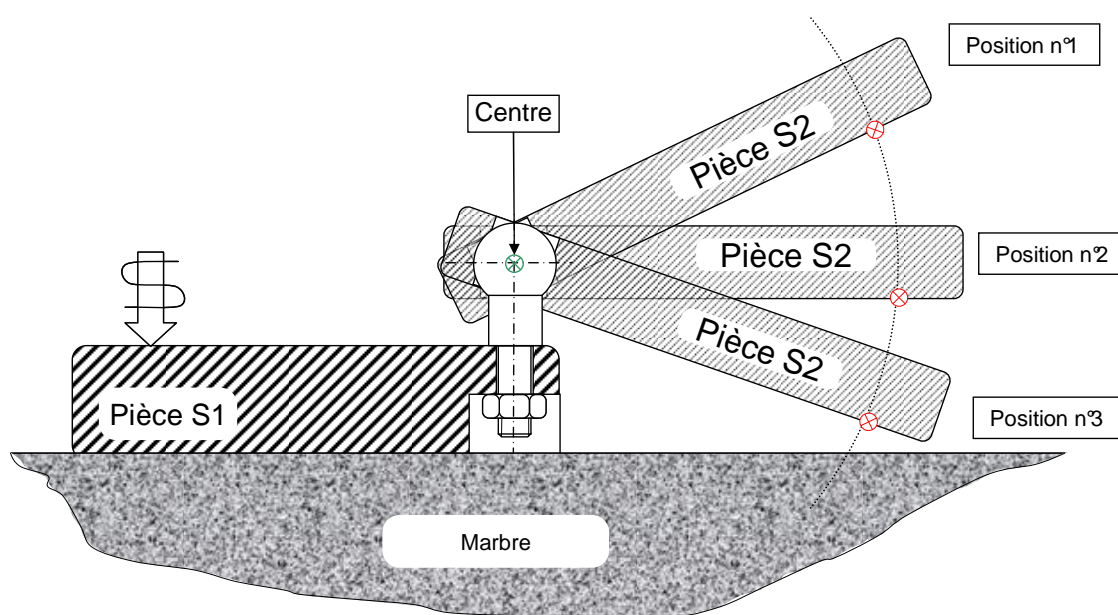


figure 2.3. Localisation du centre d'une rotule.

2.1.2.2. Liaison élastique

Une liaison élastique est constituée de deux armatures métalliques circulaires, le plus souvent concentriques, liées par un massif de caoutchouc. Ce type de liaison permet le déplacement relatif des armatures avec six degrés de liberté et une amplitude de déplacement limitée.

Pour définir clairement la position et l'orientation d'une liaison élastique, il est nécessaire d'adopter une convention. On choisit de considérer le centre de l'armature extérieure comme étant le centre de la liaison. L'axe de l'armature définit l'axe z_b d'un repère associé à la liaison, noté R_b . Les axes x_b et y_b de ce repère sont les directions radiales des armatures.

Si la liaison est parfaitement symétrique autour de l'axe z_b , alors la rigidité de la liaison est identique dans toutes les directions radiales. Le choix des directions x_b et y_b n'a pas d'importance.

Cependant, certaines liaisons élastiques plus élaborées possèdent des rigidités en traction et en torsion variable selon la direction de sollicitation (figure 1.6). Il convient alors de choisir l'axe x_b selon la direction de plus grande souplesse. L'axe y_b est déduit à partir de x_b et z_b . La figure 2.4 illustre la construction de ce repère.

Une fois ce repère construit, la position et l'orientation de la liaison sur la pièce est définie par l'opérateur homogène $[A_{Rb/Rs}]$ qui représente le positionnement de R_b par rapport à R_s .

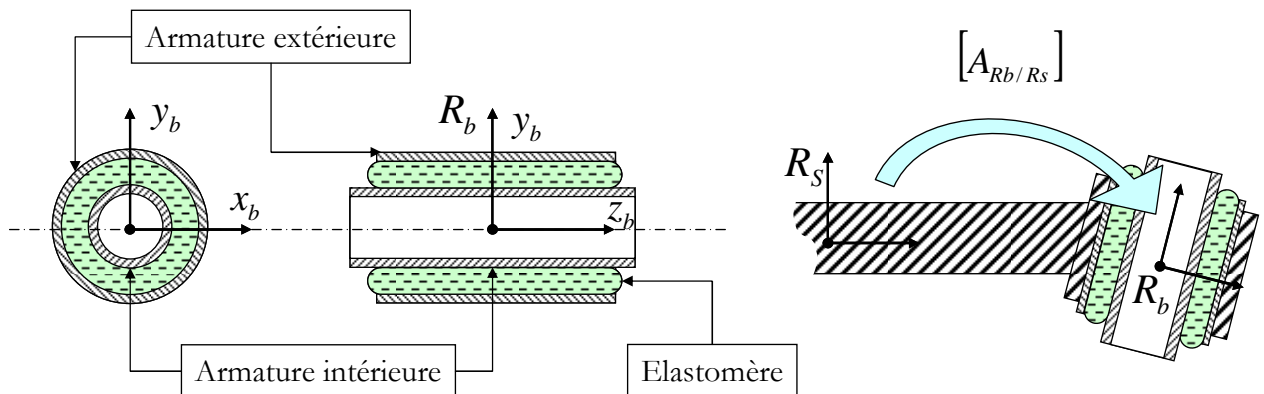


figure 2.4. Définition du repère associé à une liaison élastique.

Le montage d'une liaison élastique est généralement réalisé par frettage de l'armature extérieure sur la première pièce tandis que l'armature intérieure est fixée sur la deuxième pièce par un assemblage boulonné lors de l'assemblage de l'essieu. La figure 2.5-a présente un exemple d'assemblage de liaison élastique entre deux pièces. Le protocole de mesure est alors différent selon que l'on considère la pièce liée à l'armature intérieure ou extérieure.

Dans le premier cas (figure 2.5-b), les mesures peuvent être réalisées directement par palpé des surfaces fonctionnelles du bushing. Il faut d'abord construire le cylindre correspondant à la bague extérieure (Cylindre 1) et son axe (Droite 1). Les deux extrémités de la bague permettent de construire les plans 1 et 2. L'intersection de ces plans avec la Droite 1 définit un segment (Points 1 et 2) dont le centre est choisi comme centre de la liaison (Point 3).

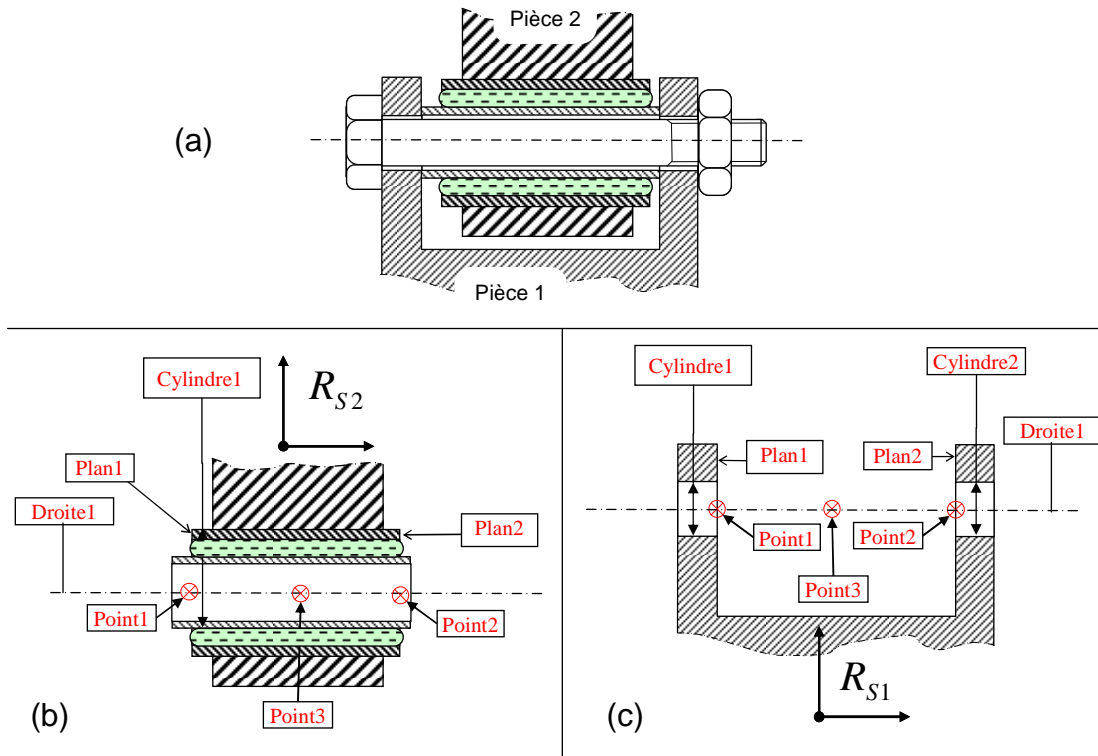


figure 2.5. Entités géométriques définissant la localisation de la liaison élastique.

Dans le deuxième cas (figure 2.5-c), la liaison n'est pas présente sur la pièce lors de la mesure. La position et l'orientation de la liaison vont être déduite des surfaces fonctionnelles du système de bridage. À partir des surfaces d'appui de la bride sur la liaison (Plans 1 et 2) et des perçages (Cylindres 1 et 2) est construit un segment (Points 1 et 2). Le centre de ce segment définit le centre de la liaison sur la pièce (Point 3).

Le cas d'une liaison pivot peut être traité de manière similaire à celle décrite pour une liaison élastique.

2.1.3. Positionnement et mesure de points de référence sur les pièces

Afin de pouvoir calculer la position des pièces dans le mécanisme de suspension lorsque celui-ci sera assemblé et en charge, on réalise sur chacune des pièces des points de références, ou amers. Pour calculer la position et l'orientation d'un solide dans l'espace, seuls trois points sont nécessaires. Cependant, pour que la méthode résiste aux possibles erreurs de mesures et de manipulation, on utilisera par la suite quatre amers par pièces.

Les amers sont créés afin de pouvoir mesurer facilement et de manière répétable les coordonnées d'un point sur une pièce. La forme de l'amer dépend donc directement du moyen de mesure employé.

Dans le cadre de cette étude, on prévoit l'utilisation d'un bras de mesure muni d'un palpeur sphérique. La forme la plus adaptée est alors une surface conique concave dans laquelle l'opérateur doit loger le palpeur avant d'enregistrer les coordonnées. Pour que cette mesure soit répétable, il faut que le contact entre le palpeur et la surface de l'amer soit un cercle. Pour assurer l'état de surface et le défaut de forme nécessaire à cette condition il est nécessaire que cette surface soit

usinée. L'utilisation d'un foret à centrer à 90° semble adaptée à cette application. La profondeur du cône doit être suffisante pour assurer que le palpeur soit en contact sur la surface conique et non pas avec le rebord du pointage qui n'est pas nécessairement plan (cas où le pointage est réalisé sur une surface courbe). Pour une bille de diamètre D la profondeur minimum P_{\min} pour assurer ce contact est de :

$$P_{\min} = \frac{\sqrt{2} \cdot D}{4} \quad (2.9)$$

La nécessité de créer des amers sur des pièces ayant une faible épaisseur nous amène à choisir un palpeur équipé d'une bille de diamètre 2 millimètres. Dans ce cas, on a $P_{\min} \approx 0.71$ et on choisit la cote nominale P à 1 mm. Il faut alors utiliser un foret à centrer de diamètre supérieur ou égal à 2 mm. L'état de surface de la pièce n'a pas d'influence sur la mesure. La mesure de position de chaque amer nous permet de définir quatre vecteurs de position :

$$[\mathbf{P}_a]_{Rp} = [x_{Pa} \quad y_{Pa} \quad z_{Pa}]^T \quad 1 \leq a \leq 4. \quad (2.10)$$

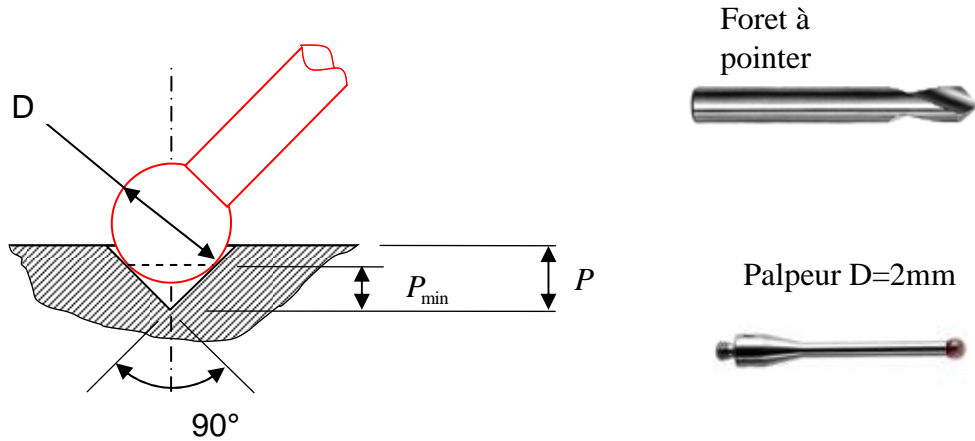


figure 2.6. Schématisation d'un amer conique.

La position des amers sur chaque pièce doit répondre à trois contraintes:

- Les amers doivent être facilement accessibles une fois l'essieu assemblé et positionné sur un banc. Pour l'opération de mesure sur véhicule complet, le bras de mesure est positionné sous le véhicule. Les amers doivent donc être positionnés sur les faces inférieures des pièces et ne pas être masqués par d'autres pièces du mécanisme.
- Les amers doivent être aussi distants que possible les uns des autres. Ceci permet de réduire l'influence de l'incertitude de mesure sur le calcul de l'orientation de la pièce.
- Pour pouvoir distinguer de manière automatique les amers les uns des autres, la distance entre chaque paire d'amer d'une même pièce doit être différente de celle de toute autre paire. Autrement dit, si on construit la table des distances D_p à partir des vecteurs position \mathbf{P}_a de chaque amers, chaque terme non nul de cette matrice doit être différent de tous les autres. La table D_p est définie par :

$$D_p = \begin{bmatrix} \|P_1 - P_2\| & \|P_1 - P_3\| & \|P_1 - P_4\| \\ 0 & \|P_2 - P_3\| & \|P_2 - P_4\| \\ 0 & 0 & \|P_3 - P_4\| \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

En pratique, pour vérifier cette dernière contrainte, il suffit de vérifier que les quatre amers ne forment pas une figure géométrique symétrique. La table D_p caractérise alors l'ordre de palpation des amers.

A titre d'exemple, la figure 2.7 présente la répartition de quatre amers utilisée pour un triangle de suspension. Les amers sont positionnés sur la face inférieure du bras reliant le châssis au porte-moyeu. Les amers ne pouvaient pas être positionnés sur le bras reliant les deux liaisons élastiques car celui-ci est masqué par une partie du châssis une fois l'essieu assemblé. Les amers sont répartis sur pratiquement toute la longueur et la largeur du bras.

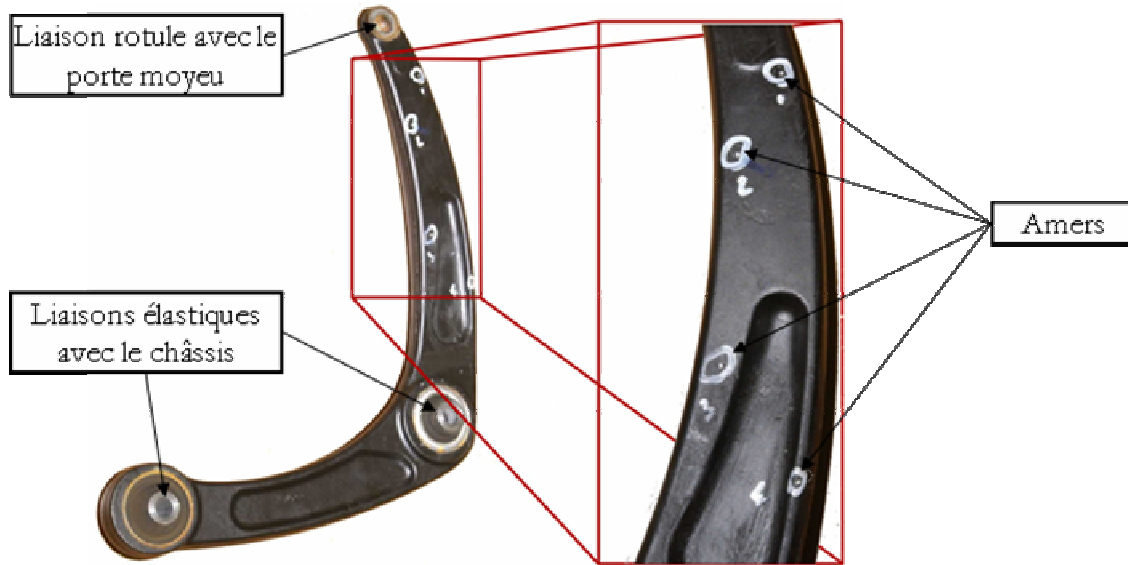


figure 2.7. Exemple de positionnement d'amers sur un triangle de suspension.

La visibilité des amers étant réduite, il est nécessaire d'augmenter cette visibilité en réalisant un marquage à proximité des amers. Ce marquage peut être réalisé avec de la peinture ou un feutre.

2.1.4. Incertitudes sur les paramètres géométriques

La première incertitude sur les dimensions des pièces provient de l'incertitude de mesure. Celle-ci dépend essentiellement des conditions et du moyen de mesure. Comme il a été dit plus haut, le moyen de mesure retenu est un bras de mesure tridimensionnel (figure 1.21). Ce type d'outil, dédié à une utilisation en atelier, ne possède pas une forte précision. Plusieurs protocoles existent pour caractériser la précision d'une telle machine. Le test le plus représentatif de cas d'applications pratiques est la précision de mesure d'une longueur étalon, en différents endroits de l'espace de travail du bras. Cette précision est de l'ordre de ± 0.05 mm pour un bras de mesure basique.

La seconde source d'incertitude sur les paramètres géométriques provient des jeux d'assemblage. La réalisation technologique d'une liaison est composée d'un ensemble de pièces intermédiaires en contact. Ces pièces intermédiaires sont solidarisées aux pièces de l'essieu lors de l'assemblage du mécanisme. Le plus

souvent, des jeux sont nécessaires pour pouvoir réaliser l'assemblage, ce qui entraîne une incertitude sur la localisation finale du centre de la liaison sur la pièce.

Pour illustrer ce phénomène, prenons l'exemple de l'assemblage des pièces S_1 et S_2 tel que représenté dans la figure 2.8. La pièce S_1 est un bras comportant une rotule et une liaison élastique. La dimension fonctionnelle de cette pièce pour le mécanisme de suspension est donnée par la distance entre le centre de la rotule O_s et le centre de la liaison élastique O_{b1} , noté L_{S1} . Comme la liaison élastique n'est pas solidaire de la pièce S_1 lorsque l'essieu est démonté, le point O_{b1} est construit à partir des surfaces de la bride permettant sa fixation. Pour pouvoir réaliser l'assemblage, il est nécessaire d'avoir :

$$\phi_{ext} > \phi_{vis} \quad \text{et} \quad \phi_{int} > \phi_{vis} \quad (2.12)$$

L'incertitude engendrée sur la localisation de la liaison sur le châssis est alors :

$$\Delta L = \frac{\phi_{ext}}{2} + \frac{\phi_{int}}{2} - \phi_{vis} \quad (2.13)$$

Il faut noter que cette incertitude existe aussi bien pour les liaisons élastiques que pour les liaisons sphériques ou les liaisons pivots qui sont elles aussi assemblées par des systèmes vis-écrou. Il est aussi important de noter qu'il ne s'agit pas d'un jeu fonctionnel, c'est-à-dire que lorsque le système est assemblé, les vis de fixation sont serrées et l'armature intérieure est alors totalement solidaire de la pièce S_1 . Sur le mécanisme en fonctionnement, il n'y a plus de jeux.

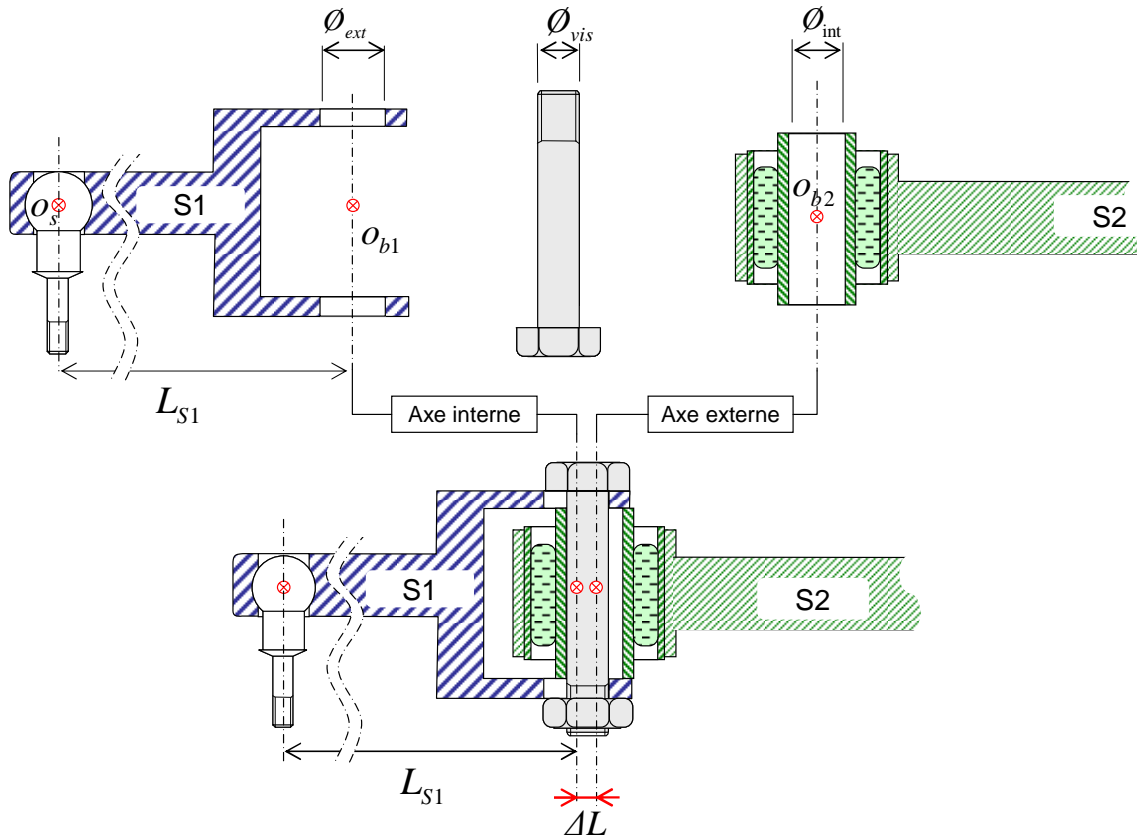


figure 2.8. Incertitude sur les paramètres géométriques liés aux jeux d'assemblage.

Un mécanisme de suspension possède une structure cinématique parallèle. Plusieurs chaînes cinématiques relient le porte-moyeu au châssis et guident ainsi le mouvement de la roue. Toute erreur réalisée sur les dimensions des éléments de ces chaînes cinématiques entraîne une erreur sur la position et l'orientation de l'ensemble du système. Afin d'illustrer ce propos, un exemple simple est présenté en figure 2.9.

On considère une structure constituée de deux bras (S_1 et S_2) et d'un bâti (S_0) que l'on pourrait assimiler à un triangle de suspension. La mesure de chaque pièce isolée nous permet de déterminer les dimensions fonctionnelles nominales de ces éléments : L_0 , L_1 , L_2 (a). La réalisation d'un modèle à partir de ces dimensions nominales permet de déterminer une position théorique du point C sur l'assemblage (b). Cependant, si en raison des diverses incertitudes la longueur fonctionnelle du solide S_2 sur le système réel est de $L_2 + \Delta L$, alors la position effective du point C ne correspond pas à la prédiction du modèle (c).

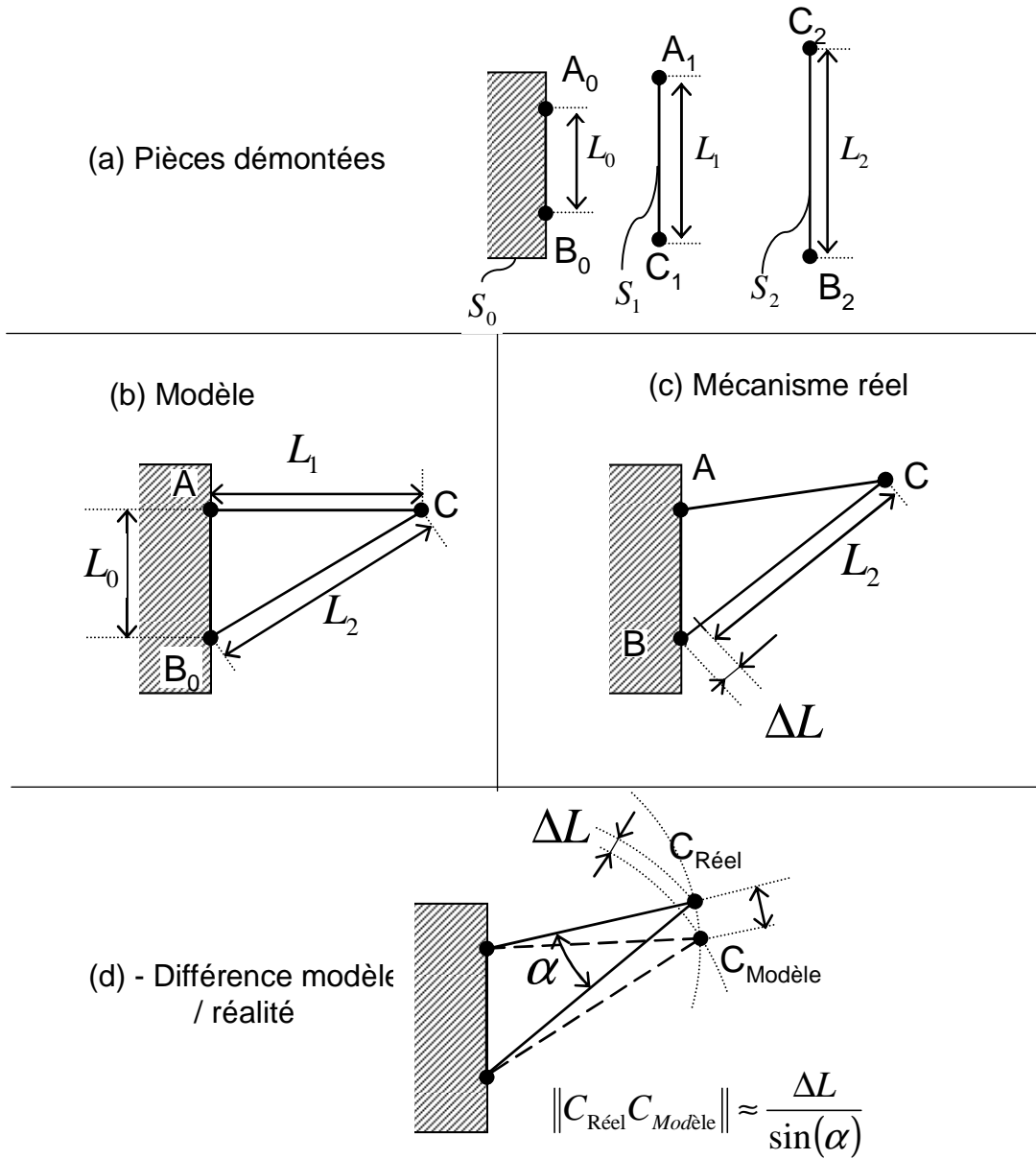


figure 2.9. Différence entre modèle et réalité liée à l'incertitude sur les paramètres géométriques.

Selon la géométrie du système, l'erreur réalisée par le modèle sur la position du point C peut-être supérieure à l'erreur initiale sur la longueur de S_2 . Pour cet exemple simple, le rapport entre l'erreur initiale ΔL et l'erreur finale $\|C_{R\acute{e}el} - C_{Mod\grave{e}le}\|$ est de $1/\sin(\alpha)$, α étant l'angle entre les deux bras S_1 et S_2 (d).

Si on assimile cette structure à un triangle de suspension, la localisation du point C est importante car il s'agit d'un point de fixation du porte-moyeu qui va en partie déterminer le comportement de la roue. Enfin, il faut considérer qu'un essieu réel comporte un nombre plus important de pièces et qu'il existe une incertitude sur les dimensions de chacune d'elle. Ces incertitudes se cumulent le long des chaînes cinématiques qui lient le châssis à la roue, pour obtenir au final un modèle qui peut être sensiblement différent de l'essieu réel. On comprend ainsi que les essieux complexes (essieux multi bras ou OCP) seront plus influencés par ces défauts géométriques que les essieux simples (McPherson) comprenant un plus petit nombre de pièces.

C'est pourquoi il est préférable d'observer l'essieu réel pour déterminer la position des liaisons et d'en déduire les dimensions fonctionnelles des pièces.

2.2. Position et orientation des pièces dans le mécanisme

2.2.1. Mesures des amers sur essieu complet

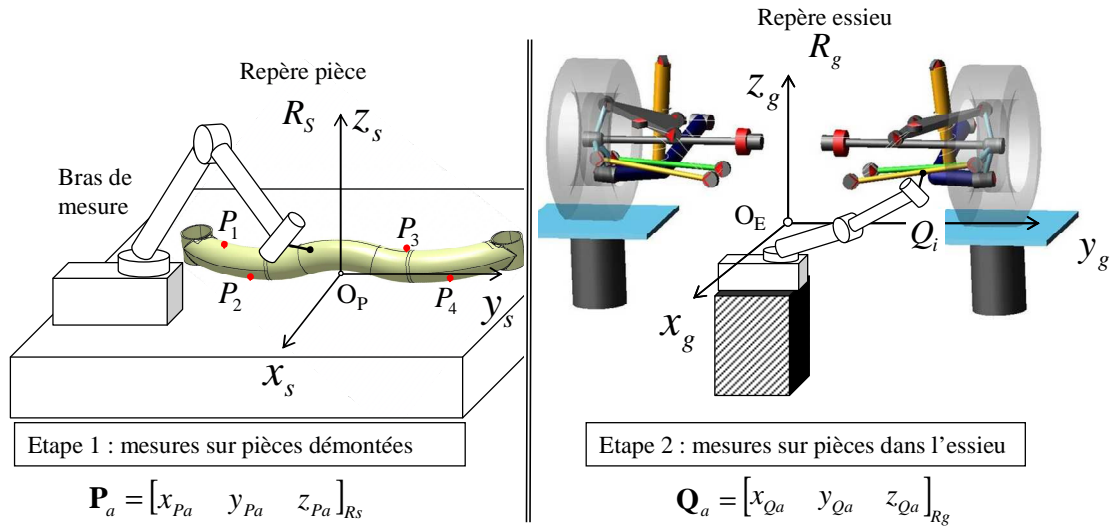


figure 2.10. Mesures des coordonnées des amers sur les pièces isolées et sur la suspension complète.

Pour réaliser des mesures sur l'essieu complet, le véhicule est placé sur un banc de mesure, le bras de mesure est positionné sous le véhicule, au niveau de l'essieu étudié. On souhaite modéliser le véhicule à sa position d'équilibre statique, pour un cas de charge standard. Ce cas de charge correspond au véhicule avec le réservoir plein et une personne à la place du conducteur.

Par convention, le référentiel global noté R_g utilisé pour réaliser les mesures sur l'essieu est défini comme suit :

l'axe z_g est vertical ascendant. Pour définir cet axe lors de la mesure, il faut construire le plan du sol (surface de roulage du banc) et utiliser la normale à ce plan.

l'axe y_g est horizontal, latéral et dirigé vers la gauche du véhicule. Pour définir cet axe lors de la mesure, il faut localiser le centre de chaque roue de l'essieu. L'axe Y est la droite passant par la projection de ces points sur le plan du sol.

L'axe x_g est normal aux deux autres axes, horizontal dans le sens d'avance du véhicule.

L'origine est située à équidistance des deux surfaces de contact pneu-sol. En pratique ce point est construit en projetant sur le plan du sol le point milieu des deux centre roues.

Une fois le référentiel de mesure défini, il faut mesurer les coordonnées des amers présents sur chaque pièce. A l'issue de la mesure, il est nécessaire de pouvoir identifier la pièce d'appartenance de chaque amer. Comme un nom est attribué automatiquement à chaque amer par le logiciel d'exploitation de la machine à mesurer, il faut que l'opérateur de mesure remplisse un document qui permette de faire par la suite l'association entre les points et les pièces.

A l'issue de la mesure, les résultats sont enregistrés dans un fichier au format standard IGES (Initial Graphics Exchange Specification). L'utilisation de ce format très structuré [Mat98] va nous permettre d'extraire automatiquement les coordonnées des amers par l'utilisation d'un programme adapté. On définit ainsi pour chaque pièce quatre points :

$$[\mathbf{Q}_a^*]_{Rm} = [x_{Qa} \quad y_{Qa} \quad z_{Qa}]^T \quad 1 \leq a \leq 4. \quad (2.14)$$

Pour simplifier l'opération de mesure, il n'est pas imposé à l'opérateur de mesurer les amers dans un ordre précis afin de s'assurer de la correspondance entre la mesure sur pièces isolées et la mesure sur essieu. L'indice supérieur * indique que les amers sont dans le désordre. Il est alors nécessaire de réordonner les amers mesurés sur l'essieu. Ceci peut-être réalisé de manière automatique en analysant la distance entre chaque paire d'amers. Une solution consiste à tester systématiquement l'ensemble des permutation, de \mathbf{Q}_a^* . Pour chaque permutation définie par le quadruplet ordonné (i, j, k, l) , on calcule la table des distances \mathbf{D}_Q que l'on compare à la table des distances \mathbf{D}_p décrite à l'équation (2.11) avec :

$$\mathbf{D}_Q(i, j, k, l) = \begin{bmatrix} \|\mathbf{Q}_i^* - \mathbf{Q}_j^*\| & \|\mathbf{Q}_i^* - \mathbf{Q}_k^*\| & \|\mathbf{Q}_i^* - \mathbf{Q}_l^*\| \\ \mathbf{0} & \|\mathbf{Q}_j^* - \mathbf{Q}_k^*\| & \|\mathbf{Q}_j^* - \mathbf{Q}_l^*\| \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \|\mathbf{Q}_k^* - \mathbf{Q}_l^*\| \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

On considère que la permutation correspond à l'ordre initial si \mathbf{D}_p et \mathbf{D}_Q sont similaires. La différence entre chaque terme de \mathbf{D}_p et le même terme de \mathbf{D}_Q doit être faible:

$$\forall (m, n) \in [1, 3]^2, \quad |\mathbf{D}_p^{m, n} - \mathbf{D}_Q^{m, n}(i, j, k, l)| \leq \varepsilon. \quad (2.16)$$

Le paramètre ε est une tolérance laissée en raison des incertitudes de mesures. Dans le cas de l'utilisation d'un bras de mesure, avec des conditions de manipulation difficiles (mesures sous véhicule), il a été choisi de fixer $\varepsilon = 0.5mm$.

Il peut arriver que, à la suite d'une erreur de manipulation, les coordonnées d'un amer soient erronées. Ce cas de figure est détecté car alors il n'existe aucune permutation qui permette de réaliser l'équation précédente. Pour éviter que l'amer erroné ne fausse le calcul de la localisation de la pièce sur l'essieu, il est nécessaire d'identifier et d'exclure ce point.

2.2.2. Calcul de la position et de l'orientation des pièces et des liaisons

Le calcul d'un mouvement de corps solide dans l'espace à partir de la mesure de position d'un ensemble d'éléments géométriques est un problème qui trouve de nombreuses applications notamment dans le domaine de la vision artificielle. Différentes solutions ont été proposées dans la littérature et listées dans une étude de Sabata et Aggarwal [SA91]. Dans le cas d'un calcul à partir d'un nuage de points, différentes méthodes ont été comparées, en termes de précision, de stabilité et de rapidité, par Eggert, Lorusso et Fisher [ELF97].

Ces études indiquent que les méthodes de résolution directes sont plus efficaces que les méthodes de résolution itérative. Entre les principales méthodes de résolutions directes, il n'apparaît pas de différence d'efficacité significative. La méthode de calcul retenue pour réaliser ces travaux est celle proposée initialement par Arun [AHB87], basée sur la décomposition en valeurs singulières d'une matrice constituée par les coordonnées des points.

Si on considère les pièces de l'essieu comme indéformables, alors les coordonnées des amers \mathbf{P}_a mesurées sur la pièce isolée et les coordonnées des mêmes amers \mathbf{Q}_a mesurées sur l'essieu assemblé, sont liées par la relation suivante :

$$\mathbf{Q}_a = \mathbf{T} + \mathbf{R} \mathbf{P}_a + \boldsymbol{\varepsilon}_a, \quad (2.17)$$

où \mathbf{R} est une matrice de rotation 3×3 , \mathbf{T} est un vecteur de translation et $\boldsymbol{\varepsilon}_a$ est un vecteur aléatoire engendré par l'incertitude de mesure. Pour déterminer la transformation optimale $[\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{T}}]$, on se propose de minimiser l'erreur $\boldsymbol{\varepsilon}_a$ par le critère des moindres carrés :

$$C = \sum_{a=1}^4 \|\mathbf{T} + \mathbf{R} \mathbf{P}_a - \mathbf{Q}_a\|^2. \quad (2.18)$$

L'utilisation du critère des moindres carrés implique que le barycentre des points \mathbf{Q}_a doit être confondu avec celui de la transformation des points \mathbf{P}_a . On pose alors :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Q}} &= \frac{1}{4} \sum_{a=1}^4 \mathbf{Q}_a & \mathbf{Q}_{Ca} &= \mathbf{Q}_a - \bar{\mathbf{Q}} \\ \bar{\mathbf{P}} &= \frac{1}{4} \sum_{a=1}^4 \mathbf{P}_a & \mathbf{P}_{Ca} &= \mathbf{P}_a - \bar{\mathbf{P}} \end{aligned} \quad (2.19)$$

L'équation (2.18) peut être réécrite sous une nouvelle forme:

$$\begin{aligned}
 C &= \sum_{a=1}^4 \|\mathbf{Q}_{Ca} - \mathbf{R}\mathbf{P}_{Ca}\|^2 \\
 &= \sum_{a=1}^4 (\mathbf{Q}_{Ca}^T \mathbf{Q}_{Ca} + \mathbf{P}_{Ca}^T \mathbf{P}_{Ca} - 2\mathbf{Q}_{Ca}^T \mathbf{R}\mathbf{P}_{Ca}) .
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Cette équation est minimisée lorsque le dernier terme est maximisé, ce qui revient à maximiser la trace de $(\hat{\mathbf{R}}\mathbf{H})$, où \mathbf{H} est la matrice de corrélation définie par :

$$\mathbf{H} = \sum_{a=1}^4 \mathbf{P}_{Ca} \mathbf{Q}_{Ca}^T . \tag{2.21}$$

La décomposition en valeurs singulières [PTV92] de la matrice \mathbf{H} détermine les trois termes $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$. La matrice de $\hat{\mathbf{R}}$ qui maximise la trace est donnée par:

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{V}\mathbf{U}^T . \tag{2.22}$$

Toutefois, à l'issue de ce calcul il peut arriver que la matrice $\hat{\mathbf{R}}$ ait un déterminant égal à -1. La transformation décrite par $\hat{\mathbf{R}}$ n'est alors plus une rotation mais une réflexion. Cela peut arriver lorsque l'ensemble des points est réparti sur un plan, ou en présence d'un bruit important. Pour contourner ce problème et être sûr de calculer un mouvement de corps solide, il faut calculer $\hat{\mathbf{R}}$ à partir de l'expression suivante :

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \det(\mathbf{U}\mathbf{V}^T) \end{bmatrix} \mathbf{V}^T . \tag{2.23}$$

Enfin, la translation optimale $\hat{\mathbf{T}}$ est celle qui aligne le barycentre des deux ensembles de points :

$$\hat{\mathbf{T}} = \bar{\mathbf{Q}} - \hat{\mathbf{R}}\bar{\mathbf{P}} . \tag{2.24}$$

A l'issue de ce calcul, on constitue l'opérateur homogène $[A_{Rs/Rg}]$ qui représente la position du repère pièce R_s dans le repère global R_g :

$$[A_{Rs/Rg}] = \begin{bmatrix} 1 & | & \mathbf{0} \\ \hline \hat{\mathbf{T}} & | & \hat{\mathbf{R}} \end{bmatrix} . \tag{2.25}$$

Afin de réaliser les calculs précédents automatiquement, un programme a été écrit en utilisant le langage de programmation Matlab. Il s'agit d'un langage interprété spécialisé pour le calcul scientifique et particulièrement adapté pour les calculs d'algèbre linéaire. Ce programme est consigné en annexe A.

Une fois cet opérateur calculé, la position et l'orientation des liaisons dans le repère global sont obtenues par multiplication matricielle. Pour une liaison élastique dont la position et l'orientation est définie sur la pièce par l'opérateur $[A_{Ri/Rs1}]$ on a :

$$[A_{Ri/Rg}] = [A_{Rs1/Rg}][A_{Ri/Rs1}] . \tag{2.26}$$

De la même manière, la position du centre d'une liaison rotule dans le référentiel global est donné par :

$$\mathbf{S}_{R_g} = [\mathbf{A}_{R_{s1}/R_g}] \mathbf{S}_{R_p} . \quad (2.27)$$

2.3. Identification des paramètres géométriques

2.3.1. Modèle de liaison élastique

Le comportement réel des liaisons élastiques est très complexe. Il dépend d'un nombre important de paramètres de conception (dimensions, matériaux, ajustements), d'environnement (température) et du type de sollicitation (statique, fréquentielle). Ce comportement n'est pas totalement simulé dans notre modèle élastocinématique d'essieu. Dans ce type de modèle, on définit une relation liant l'effort exercé entre deux pièces liées par une liaison élastique et la déformation de cette liaison. Le modèle présenté dans cette section est celui employé dans le logiciel de modélisation multicorps ADAMS.

Considérons deux pièces $S1$ et $S2$ liées par une liaison élastique. Comme décrit dans la section 2.1.2.2, il est possible d'associer à la liaison un repère R_i solidaire de la pièce $S1$. De la même manière, on a défini le repère R_j fixe sur la pièce $S2$. Lorsque la liaison n'est pas déformée, les deux repères sont confondus. Lorsque les deux pièces se déplacent l'une par rapport à l'autre, les deux repères ne sont plus confondus. La position relative de R_j par rapport à R_i est alors utilisée pour quantifier la déformation de la liaison élastique sous la forme de trois paramètres de translation et trois angles projetés.

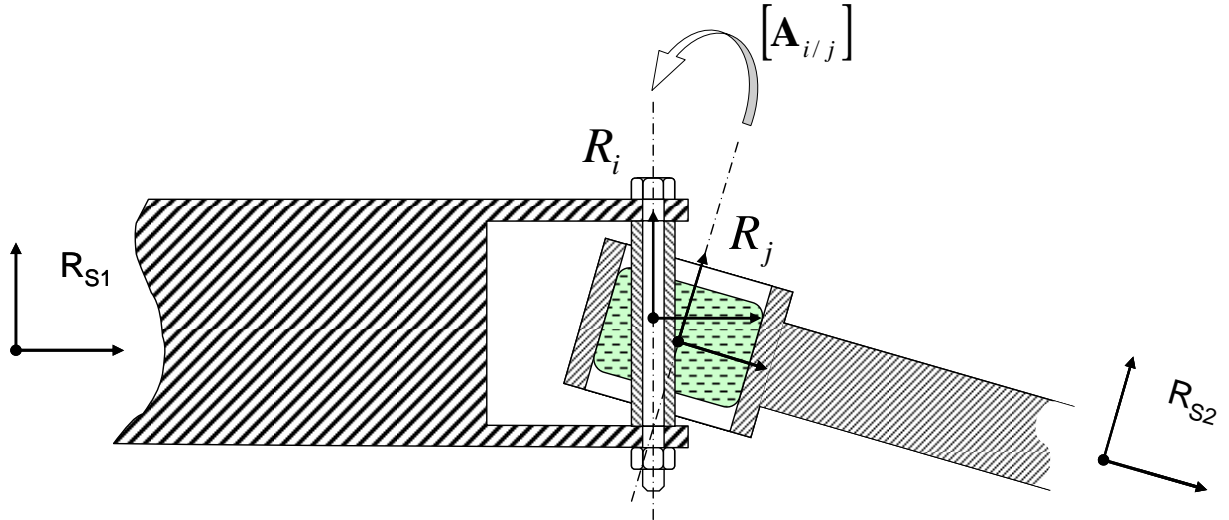


figure 2.11. Représentation de la déformation d'une liaison élastique.

La position relative de R_i par rapport à R_j est représentée par l'opérateur $[\mathbf{A}_{R_i/R_j}]$ avec :

$$[\mathbf{A}_{R_i/R_j}] = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{R_i/R_j} & \mathbf{R}_{R_i/R_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ T_x & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ T_y & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ T_z & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Pour calculer la déformation en rotation de l'articulation élastique, on calcul les angles de rotation projetés. On écrit ainsi [MSC99] :

$$\begin{aligned} A_x &= \arctan\left(\frac{-a_{32}}{a_{33}}\right) \\ A_y &= \arctan\left(\frac{a_{31}}{a_{33}}\right) \\ A_z &= \arctan\left(\frac{a_{12}}{a_{22}}\right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Géométriquement, l'angle de A_x correspond à l'angle que l'on observe lorsque l'on projette les axes Y et Z du repère 2 dans le plan YZ du repère 1. Ces angles projetés ne sont représentatifs de la déformation de l'articulation élastique que si les angles A_x et A_y restent petits (inférieurs à 15 degrés) et que l'angle A_z est inférieur à 90 degrés.

Le torseur des efforts exercés par la pièce 1 sur la pièce 2 est calculé à l'origine du repère R_j . La liaison est caractérisée par six fonctions force – déformation qui décrivent son comportement selon les trois axes de R_j , en translation et en rotation. Ces fonctions sont généralement obtenues à partir d'essais de traction réalisés sur les liaisons de l'essieu, ou sur des pièces de rechange. On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} [\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2}]_{RB1} &= \begin{bmatrix} f_x(T_x) \\ f_y(T_y) \\ f_z(T_z) \end{bmatrix} \\ [\mathbf{C}_{1 \rightarrow 2}]_{RB1} &= \begin{bmatrix} c_x(A_x) \\ c_y(A_y) \\ c_z(A_z) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.30)$$

La figure 2.12-a représente une fonction typique liant la force et la déformation dans une liaison élastique. On peut observer un comportement pratiquement linéaire autour du point de déformation nulle. Une forte augmentation de la rigidité apparaît au delà d'une certaine amplitude de déformation. On remarque également que la courbe n'est pas nécessairement symétrique par rapport à l'origine.

Il est possible d'utiliser dans cette modélisation, un paramètre supplémentaire pour chaque direction. Il s'agit d'un décalage en déformation. Par exemple, si on considère la force exercée dans la direction X de R_j , avec un décalage x_0 , cette force s'exprime :

$$F_X = f_x(T_x - x_0) \quad (2.31)$$

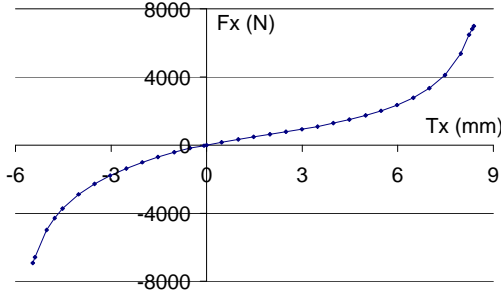
Ce décalage (ou "offset") peut être utilisé pour représenter une déformation initiale lorsque les repères R_{B1} et R_{B2} sont confondus. Par la suite on utilisera une notation vectorielle pour simplifier les écritures :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} &= f(\mathbf{T} - \mathbf{T}_0) \\ \mathbf{C}_{1 \rightarrow 2} &= c(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)' \end{aligned} \quad (2.32)$$

avec $\mathbf{T} = [T_x, T_y, T_z]^T$, $\mathbf{T}_0 = [x_0, y_0, z_0]^T$,

$\mathbf{R} = [A_x, A_y, A_z]^T$ et $\mathbf{R}_0 = [A_{x0}, A_{y0}, A_{z0}]^T$.

(a) - Courbe de comportement d'une liaison élastique



(b) – introduction d'un décalage en déformation

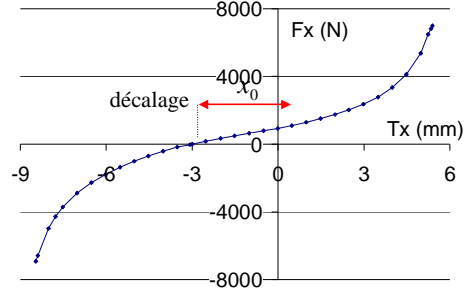


figure 2.12. Relation force déformation pour une liaison élastique.

2.3.2. Calcul de la déformation des liaisons élastiques

Pour réaliser l'identification géométrique du mécanisme, il est nécessaire de prendre en compte les déformations des liaisons élastiques à l'équilibre statique du véhicule. Pour connaître ces déformations il faut calculer les efforts qui s'exercent dans ces liaisons.

A l'issue des mesures de position des amers réalisées sur l'essieu, nous connaissons la position et l'orientation des liaisons dans le mécanisme. Nous connaissons aussi les efforts extérieurs qui s'appliquent sur les roues de l'essieu, ces forces cumulées étant égales au poids du véhicule. Il est donc possible de calculer les efforts dans les liaisons élastiques à partir des équations du mouvement. Cependant l'écriture et la résolution de ces équations pour un mécanisme de suspension sont des travaux longs demandant une forte expertise. C'est pourquoi il est préférable de s'appuyer sur un logiciel de simulation multicorps qui automatise cette tâche. Pour ces travaux, l'outil utilisé est le logiciel ADAMS qui utilise la formulation de Lagrange des équations du mouvement [CoG97].

Un premier modèle est donc construit à partir de la position des liaisons calculées dans la section 2.2.2, avec les relations efforts – déformations de chaque liaison élastique, ainsi que les rigidités des ressorts présents dans le système. Le calcul de la position d'équilibre de ce modèle permet de déterminer la déformation de chaque liaison élastique. Cette déformation à l'équilibre peut s'exprimer sous la forme d'un opérateur : $[A_{Ri/Rj-eq}]$, ou bien sous la forme de six paramètres de déformation $(T_{x-eq}, T_{y-eq}, T_{z-eq}, A_{x-eq}, A_{y-eq}, A_{z-eq})$.

2.3.3. Correction des paramètres géométriques du modèle

On a vu dans la section 2.1.4, qu'il n'est pas possible de connaître précisément la position des liaisons sur chacune des pièces avant que le mécanisme soit assemblé.

Si on considère une liaison sphérique qui lie les pièces S_1 et S_2 (figure 2.3), la mesure des pièces isolées a permis de définir un centre de liaison sur chacune des ces pièces, repéré par les vecteurs position $\mathbf{S}_{i/Rs1}$ et $\mathbf{S}_{j/Rs2}$. Après calcul de la position et de l'orientation des pièces dans le mécanisme, on détermine la position de ces deux points dans le repère global : $\mathbf{S}_{i/Rg} = [\mathbf{A}_{Rs1/Rg}] \mathbf{S}_{i/Rs1}$ et $\mathbf{S}_{j/Rg} = [\mathbf{A}_{Rs2/Rg}] \mathbf{S}_{j/Rs2}$. En raison des incertitudes sur les paramètres géométriques, ces deux points ne se situent pas au même endroit.

Pour réaliser un modèle cohérent avec les observations réalisées sur l'essieu complet, il faut modifier la position du centre de la rotule sur au moins l'une des deux pièces. Comme les jeux d'assemblage concernent la pièce qui porte le système de serrage par vis (la pièce S_1 dans la figure 2.8), c'est sur cette pièce que l'on modifie la position du centre de la rotule. Le nouveau vecteur position $\mathbf{S}_{j/Rs1}^*$ est défini par :

$$[\mathbf{S}_{i/Rs1}^*] = [\mathbf{A}_{Rs1/Rg}]^{-1} [\mathbf{A}_{Rs2/Rg}] [\mathbf{S}_{j/Rs2}] , \quad (2.33)$$

Dans le cas d'une liaison élastique, telle que représentée dans la figure 2.13, l'observation de la position d'équilibre du véhicule nous permet de calculer les positions $[\mathbf{A}_{Ri/Rg}]$ et $[\mathbf{A}_{Rj/Rg}]$ des deux repères associés à la liaison. En raison des incertitudes sur les paramètres géométriques, la position relative de ces deux repères ne correspond pas à la déformation de la liaison élastique telle que calculée dans la section 2.3.2.

Pour assurer une cohérence entre l'observation de l'essieu et la déformation de la liaison à l'équilibre, il est nécessaire de modifier la position de la liaison sur l'une des deux pièce. Là encore, les jeux d'assemblage concernent la pièce S_1 qui supporte le système de serrage par vis et l'armature intérieure de la liaison. C'est donc sur cette pièce que l'on définit une nouvelle position et orientation de la liaison $[\mathbf{A}_{Ri/Rs1}^*]$ avec la relation :

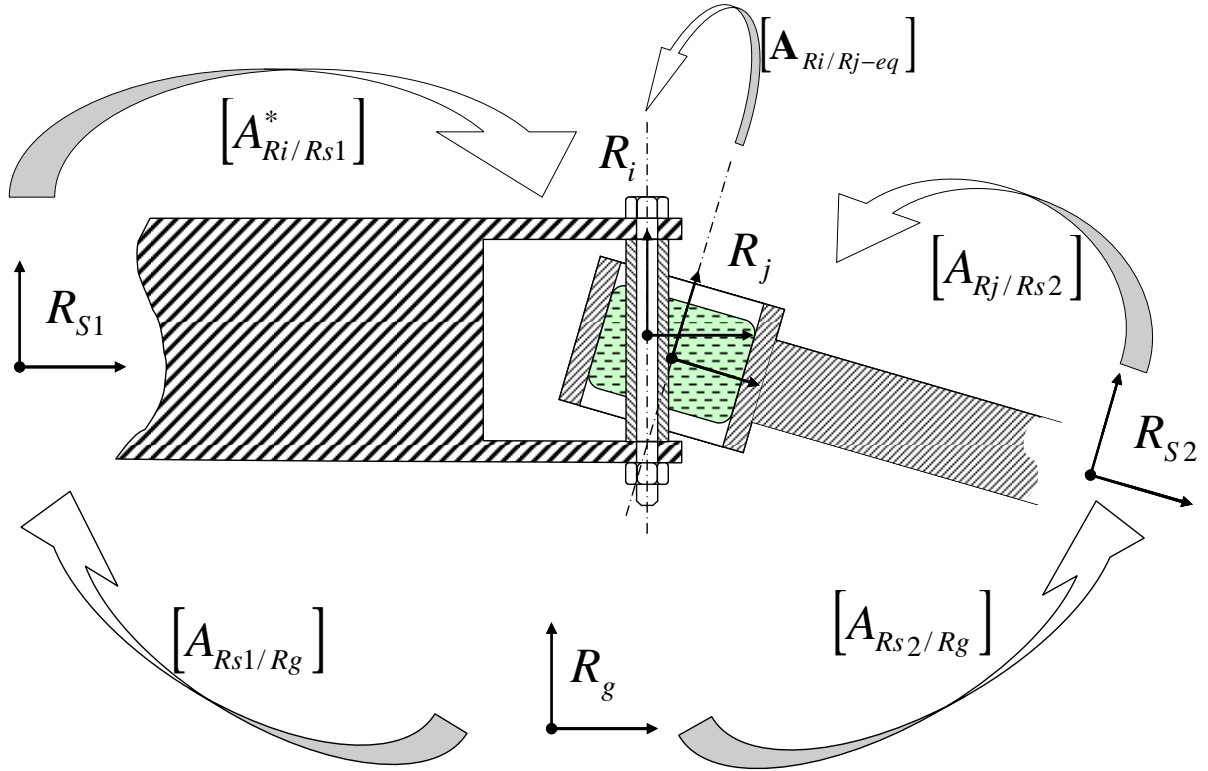


figure 2.13. Identification de la position de la liaison élastique sur la pièce S1.

$$[A_{Ri/Rs1}^*] = [A_{Rs1/Rg}]^{-1} [A_{Rs2/Rg}] [A_{Rj/Rs2}] [A_{Ri/Rj-eq}]. \quad (2.34)$$

La position et l'orientation de cette liaison dans le repère global s'obtiennent par une expression similaire :

$$[A_{Ri/Rg}^*] = [A_{Rs2/Rg}] [A_{Rj/Rs2}] [A_{Ri/Rj-eq}]. \quad (2.35)$$

La figure 2.13 illustre cette modification de positionnement de la liaison sur S1 et l'utilisation des opérateurs.

Le modèle élastocinématique que l'on construit est basé sur le logiciel de modélisation multicorps ADAMS et plus particulièrement sur le module métier A/Car. Pour intégrer dans ce modèle cette correction géométrique, il faut positionner conformément au résultat de l'équation (2.35) les repères (appelés marqueurs par le logiciel) qui définissent la position et l'orientation d'une liaison.

2.3.4. Introduction d'un offset dans le modèle de liaison élastique

Cependant, positionner les marqueurs conformément à la déformation calculée est en pratique difficile car il n'est pas prévu dans le logiciel de dessiner une liaison élastique avec une déformation initiale. Une solution alternative consiste à positionner le repère R_i confondu avec R_j pour la position d'équilibre du véhicule et à introduire un paramètre de décalage (présenté dans la section 2.3.1) dans la définition de la liaison élastique en posant :

$$\mathbf{T}_0 = -\mathbf{T}_{eq}. \quad (2.36)$$

Cependant il est important de noter que ces deux solutions ne sont pas strictement équivalentes. Pour montrer cette affirmation on compare la force exercée par la liaison pour les deux modélisations.

La figure 2.14-a schématise une liaison élastique entre les pièces $S1$ et $S2$ à la position d'équilibre statique du système. Dans cette première modélisation la position relative des deux repères R_i et R_j correspond à la déformation nécessaire pour assurer l'équilibre statique du mécanisme $[A_{R_i / R_j - eq}]$. La force exercée entre par $S1$ sur $S2$ est égale à :

$$F_{1 \rightarrow 2} = f(T_{eq}). \quad (2.37)$$

La figure 2.14-b représente la modélisation alternative où les repères R_i et R_j sont confondus. L'introduction du décalage T_o permet d'obtenir la même force exercée par $S1$ sur $S2$:

$$F_{1 \rightarrow 2} = f(0 - T_o) = f(T_{eq}). \quad (2.38)$$

On considère maintenant une autre position du mécanisme qui correspond à un cas de charge c du mécanisme qui entraîne une déformation de la liaison de la liaison représentée par l'opérateur $[A_{R_i / R_j - c}]$ tel que représenté dans la figure 2.14-c. Dans cette configuration, la première modélisation calcule une force de $S1$ sur $S2$ égale à :

$${}^c F_{1 \rightarrow 2} = f(T_c). \quad (2.39)$$

Pour la deuxième modélisation schématisée à la figure 2.14-d, le mouvement de $S1$ par rapport à $S2$ à entraîné le déplacement de R_i par rapport à R_j , déplacement décrit par l'opérateur $[A_{R_i / R_j - c}^*]$. Par composition des mouvements on obtient la relation :

$$[A_{R_i / R_j - c}^*] = [A_{R_i / R_j - c}] [A_{R_i / R_j - eq}]^{-1}. \quad (2.40)$$

On en déduit l'expression de la déformation en translation de la liaison:

$$T_c^* = T_c - R_c R_{eq}^{-1} T_{eq}, \quad (2.41)$$

où R_c est la matrice de rotation de l'opérateur $[A_{R_i / R_j - c}]$ et R_{eq} la matrice de rotation de l'opérateur $[A_{R_i / R_j - eq}]$. La force exercée par $S1$ sur $S2$ est alors calculée selon l'équation :

$$F_{1 \rightarrow 2} = f(T_c - T_o) = f(T_c - R_c R_{eq}^{-1} T_{eq} + T_{eq}). \quad (2.42)$$

A l'issue de ce calcul on constate que dans le cas général les deux modèles ne sont pas équivalents. En effet pour une rotation quelconque R_c on a :

$$R_c R_{eq}^{-1} T_{eq} \neq T_{eq}. \quad (2.43)$$

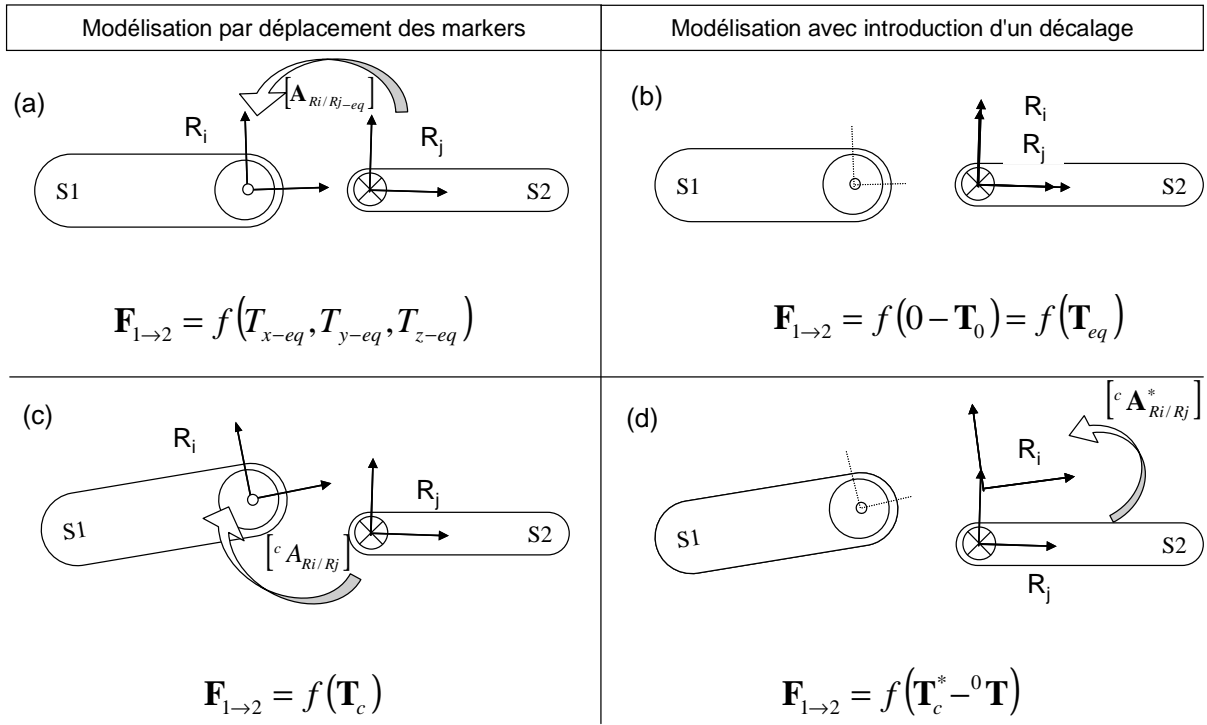


figure 2.14. Modélisations de la déformation initiale d'une liaison élastique avec et sans introduction d'un décalage.

Par conséquent la force exercée par $S1$ sur $S2$, $\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2}$, est différente entre les deux modèles.

Nous choisirons par la suite de représenter la déformation initiale des liaisons élastiques en définissant un déplacement de R_i par rapport à R_j (pas d'utilisation du décalage \mathbf{T}_0).

2.4. Mise en œuvre

2.4.1. Développement informatique

Pour pouvoir mettre en œuvre la démarche décrite dans les sections précédentes, un programme informatique a été réalisé. Celui-ci permet de traiter les données expérimentales et de réaliser automatiquement les calculs détaillés précédemment.

Une première fonction permet d'interpréter les fichiers IGES contenant les résultats des mesures. Cette fonction retourne la liste des éléments géométriques simples (point, droite, plan) contenus dans le fichier, avec leurs noms et leurs coordonnées. L'annexe B fournit un exemple de fichier IGES et explique la structuration des informations. Le code programme permettant l'interprétation des fichiers IGES est donné dans cette même annexe.

A partir de ces éléments géométriques, le modèle géométrique de chaque pièce est constitué. Pour cela, l'utilisateur du logiciel doit indiquer quels sont les points et les droites qui décrivent la position et l'orientation des liaisons. Il est aussi nécessaire de déterminer quels points sont issus de la mesure de amers. A l'issue de cette analyse, le modèle géométrique de chaque pièce est enregistré dans une variable informatique qui contient :

le nom de la pièce ;

l'adresse du fichier IGES issus de la mesure de cette pièce ;

quatre vecteurs de position des amers ;

pour chaque liaison sont précisés le nom de la liaison et un opérateur de position orientation.

L'interprétation du fichier IGES issu de la mesure de position des amers sur l'essieu assemblé permet de retrouver les coordonnées des amers de chaque pièce dans le référentiel global.

A partir de là, une boucle de programmation permet de réaliser automatiquement le calcul de position et d'orientation de chacune des pièces dans le mécanisme. De la même manière on calcule la position et l'orientation de chacune des liaisons. Le programme réalisant ces calculs est consigné en annexe C.

Ces résultats sont ensuite transcrits dans un fichier texte qui permettra de construire facilement le modèle élastocinématique initial dans le logiciel A/Car. La modification des paramètres géométriques est réalisée directement sur ce modèle.

2.4.2. Validation expérimentale

La validation expérimentale de la méthode proposée a été menée sur un demi essieu de type pseudo McPherson. Le schéma et le graphe cinématique de cet essieu sont présentés dans la figure 2.15. Le guidage du porte-moyeu (S6) et donc de la roue (S7) en débattement vertical est assuré par une jambe de force (S5), en liaison pivot glissant avec le porte-moyeu. Cette jambe de force joue aussi le rôle d'amortisseur et est associé à un ressort (non représenté sur le schéma). Le contrôle du braquage est assuré par la bielle de direction (S4). Les bras avant (S2) et arrière (S3) complètent le guidage du porte-moyeu. Un bâti mécano soudé (S1) remplace le châssis du véhicule. Dans un premier temps chacune de ces pièces est mesurée séparément afin de définir son modèle géométrique. Les rigidités nominales (données par le fabricant) des liaisons élastiques sont résumées dans le Tableau 2.1.

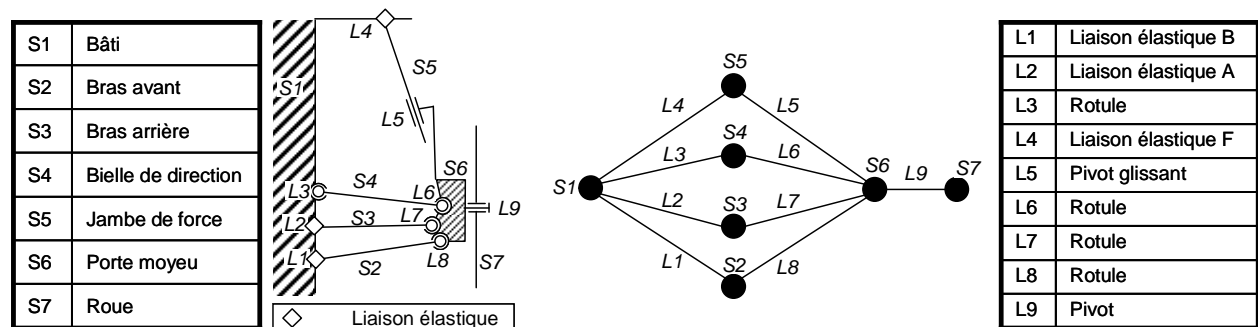


figure 2.15. Schéma cinématique équivalent et graphe cinématique du demi-essieu.

Tableau 2.1. Paramètres de rigidité des liaisons élastiques et du ressort.

	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Bushing A (L2)	13875	13875	1370	11000	11000	4000
Bushing B (L1)	310	2400	180	4500	1100	1600
Bushing F (L4)	1285	1285	647	5500	5500	0

K (N/mm)

Ensuite, ce demi-essieu est assemblé sur le banc K&C. Afin de s'affranchir du comportement élastique complexe d'un pneumatique, la roue du véhicule est remplacée par une fausse roue rigide. Celle-ci est liée aux actionneurs du banc par l'intermédiaire de deux liaisons pivots concourantes reproduisant ainsi un point de contact roue-sol idéal. Une mire est fixée sur cette fausse roue qui permet grâce à un système de visée laser de mesurer en continu les mouvements de la roue.

Pour permettre la mesure de position des amers sur cet assemblage, un bras de mesure tridimensionnel est fixé sur le banc. La figure 2.16 présente une vue globale du montage expérimental. Sur la gauche on distingue le bras de mesure fixé sur la structure du banc K&C. En bas à droite on voit les actionneurs qui permettent d'appliquer des efforts variés sur la roue. La figure 2.17 est une vue rapprochée qui permet de distinguer les différents éléments du mécanisme de suspension.

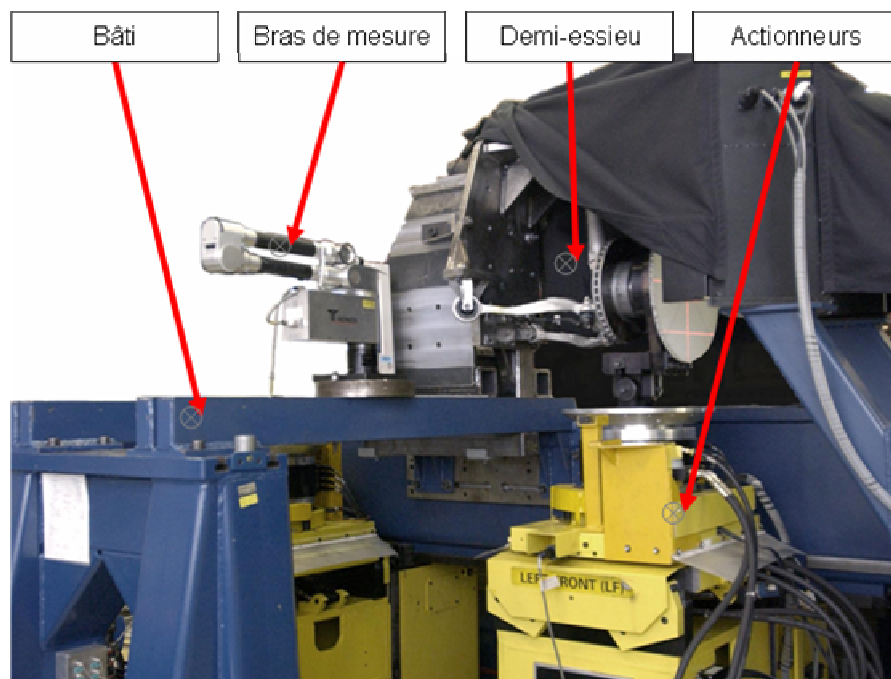


figure 2.16. Positionnement du bras de mesure sur le banc K&C

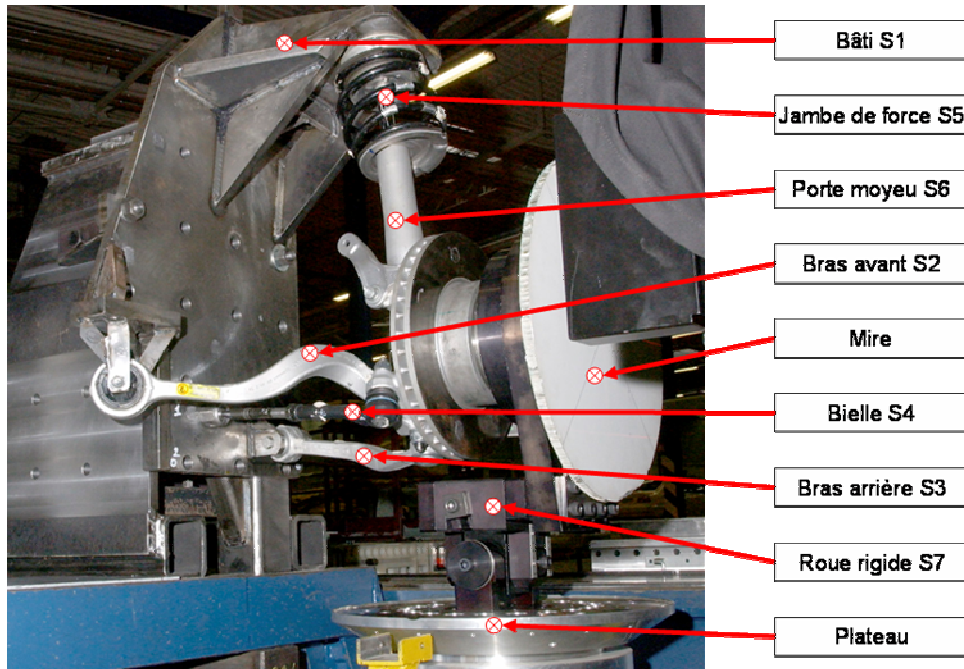


figure 2.17.Détails du demi-essieu utilisé pour la validation expérimentale

Pour construire le modèle cinématique de cet essieu, il faut mesurer la position des amers alors que la force appliquée à la roue est de 4500N et verticale. Cette mesure est rapide. Elle consiste seulement à localiser une vingtaine de points facilement accessibles. Le traitement des résultats de ces mesures à l'aide de la méthode présentée dans la section 2.2.2 permet de calculer la position et l'orientation de chacune des liaisons. Ces résultats sont consignés dans le Tableau 2.2.

Tableau 2.2. Position et orientation des liaisons sur le mécanisme en charge.

Liaison	mm			degrés		
	X	Y	Z	ψ	Θ	ϕ
L1	-294.7	-365.1	246.1	129.5	90.22	181.79
L2	61.1	-383.5	186.2	79.58	90.24	4.11
L3	-73.7	-353.4	228.3			
L4	73.7	-594.7	762.6	321.5	166.7	53.68
L5	63.1	-617.8	635.1	-28.84	168.1	0
L6	-135.3	-694.6	207.4			
L7	5.87	-679.9	164.8			
L8	-25.5	-691.2	233.0			
L9	0.0	-787	305	-0.26	90.69	0

À partir de ces données et des paramètres de rigidités, un modèle élastocinématique est constitué. Un premier calcul de l'équilibre statique du modèle permet de déterminer la déformation des liaisons élastiques. Ces déformations permettent de corriger les dimensions des pièces de l'essieu. Après correction, on vérifie que le modèle permet de calculer une position d'équilibre qui correspond aux observations réalisées sur l'essieu réel, i.e. la position de chaque liaison du modèle est identique aux valeurs portées au Tableau 2.2.

Afin de quantifier les apports de l'identification des paramètres géométriques sur le comportement global de l'essieu, le banc K&C est utilisé afin de tracer les courbes de comportement, ou épure cinématique, de la roue pour trois types de sollicitations. Le comportement réel est comparé aux comportements des modèles élastocinématiques avant et après correction des paramètres géométriques.

Le comportement en débattement vertical est caractérisé en faisant varier de manière cyclique l'effort vertical appliqué à la roue, entre 1500 et 7500 N. Durant cette sollicitation, l'évolution du plan de roue est enregistrée : déplacement vertical, variation de demi-voie, angle de braquage et angle de carrossage. Les résultats de ces mesures sont présentés dans la figure 2.18 et comparés avec le comportement calculé par le modèle élastocinématique. Des épures élastocinématiques supplémentaires sont données en annexe A.

Les graphiques a, b et c de la figure 2.18 représentent respectivement, en fonction du débattement vertical, la variation de l'effort normal au sol appliqué à la roue, de l'angle de carrossage et de demi-voie. Dans chacun de ces cas on constate que l'identification ne modifie pas significativement le comportement du modèle qui est très proche du comportement réel. Ces comportements sont peu sensibles à de petites modifications des paramètres géométriques.

La figure 2.18-d présente la variation de l'angle de braquage en fonction du déplacement vertical de la roue. Cet angle est très petit, cependant il importe que le modèle reproduise correctement ce paramètre car il influe sur le comportement dynamique du véhicule. En effet, en fonction de la rigidité de dérive du pneumatique, une variation de quelques dixièmes de degrés de l'angle de braquage de la roue engendre des efforts latéraux en roulage significatifs. Par exemple, si on considère une rigidité de dérive de 2 kN/deg pour un effort normal au sol appliqué à la roue de 6 kN, une variation de 0.1 degré en braquage engendre un effort de 200 N.

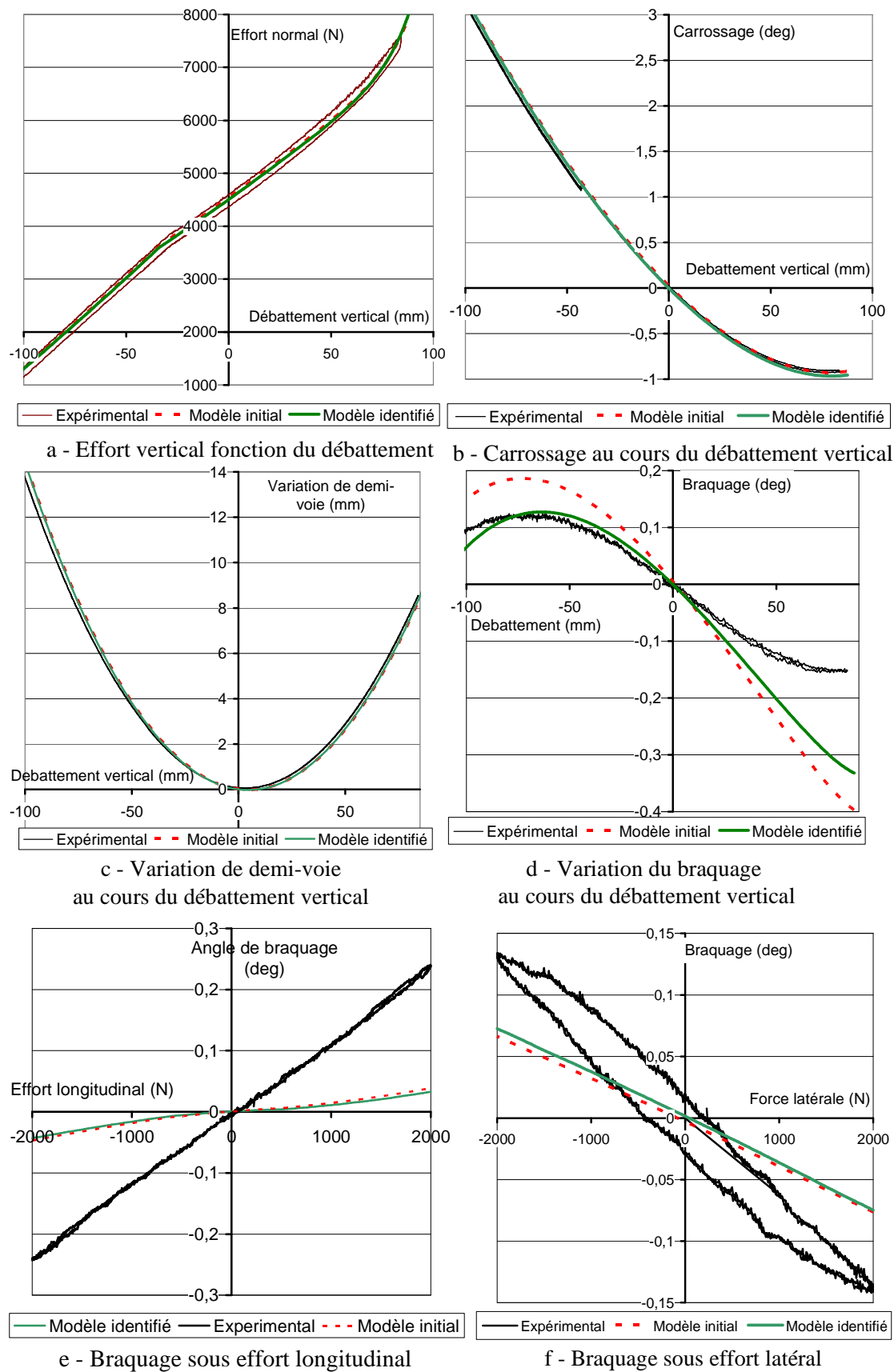


figure 2.18. Comparaison du comportement réel de l'essieu avec le modèle initial et le modèle recalé

La variation de l'angle de braquage est très sensible à la localisation des liaisons sur le porte-moyeu. Pour ce type de sollicitation, on constate que l'identification géométrique permet d'améliorer le comportement du modèle. En effet, l'amplitude de braquage observé sur l'essieu réel est de 0.3 degré. Sur l'essieu avant identification on obtient une amplitude de 0.6 degré, tandis qu'après identification on obtient une amplitude de 0.45 degré, sensiblement plus proche de la valeur réelle.

Le comportement sous effort latéral est caractérisé en faisant varier la force latérale entre 2000 et -2000 N, en maintenant la force verticale égale à 4500 N. Les résultats expérimentaux nous permettent de tracer, entre autres, la courbe de la figure 2.18-f qui représente l'angle de braquage en fonction de l'effort latéral. Pour ce comportement, la modification des paramètres géométriques n'apporte aucune amélioration du comportement. Les paramètres influents sur ce comportement sont essentiellement des paramètres de rigidité. On remarque que les résultats expérimentaux font apparaître une hystérésis qui n'est pas reproduite par le modèle. Les phénomènes tels que le frottement sec ou le comportement visco-plastique des liaisons élastiques à l'origine de cet hystérésis ne sont pas encore pris en compte dans notre modèle élastocinématique.

De la même manière, le banc K&C permet de caractériser le comportement sous effort longitudinal. La figure 2.18-e représente l'angle de braquage en fonction de l'effort longitudinal. Ce comportement est principalement déterminé par la rigidité des liaisons élastiques. L'identification géométrique ne permet donc pas une amélioration significative.

2.5. Conclusion

Les travaux présentés dans ce chapitre permettent de résoudre deux problèmes qui se posent lors de la définition du modèle élastocinématique d'un essieu.

Tout d'abord l'impossibilité pratique de mesurer la position et l'orientation des liaisons sur l'essieu assemblé est contournée avec la mise en œuvre d'une méthode de mesure en deux étapes. Une étape de mesure sur les pièces démontées, puis une étape de mesure sur l'essieu assemblé. Le formalisme employé est celui des opérateurs homogènes et le calcul de la position et de l'orientation des pièces dans le mécanisme se fait par minimisation sans itération du critère des moindres carrés sur un ensemble de points. La mise en œuvre de cette méthode est volontairement simple et se base sur l'utilisation d'une machine à mesurer tridimensionnelle portable de type bras de mesure.

Cette méthode de mesure représente une amélioration des pratiques de mesures des essieux car elle permet de connaître précisément la localisation de toutes les liaisons de l'essieu, à partir d'un nombre réduit de mesures sur le véhicule.

Le deuxième problème abordé par ce travail est la définition d'un modèle élastocinématique de l'essieu qui soit en accord avec les observations réalisées sur le véhicule à sa position d'équilibre statique. Pour résoudre ce problème il est nécessaire de réaliser une identification géométrique afin de palier les incertitudes qui existent sur les paramètres géométriques des pièces constitutives de l'essieu. Pour réaliser cette identification, il faut calculer la déformation des liaisons élastiques à la position d'équilibre du véhicule. Ce calcul est réalisé en utilisant un logiciel de simulation multicorps.

La comparaison du comportement de l'essieu calculé par simulation numérique avec le comportement réel d'un essieu caractérisé expérimentalement permet de vérifier que l'identification géométrique améliore la qualité du modèle élastocinématique principalement sur un paramètre : l'angle de braquage. Les autres paramètres sont peu améliorés.

Ces travaux ont fait l'objet d'une publication dans " *Journal of Automobile Engineering* » [MFG06]. Afin d'aller plus loin dans la qualité de modélisation des essieux automobiles, on propose d'explorer deux pistes.

Dans un premier temps, au chapitre 3, on propose une méthode pour identifier la géométrie d'un essieu sans avoir à le démonter.

Dans un deuxième temps, aux chapitres 4 et 5, on s'intéressera à l'identification des raideurs des liaisons afin d'améliorer encore le modèle.

3. Identification géométrique par analyse du mouvement des pièces

La méthode d'identification présentée dans le chapitre précédent nous a permis de réduire de manière importante les incertitudes sur les paramètres géométriques. Cependant, l'application de cette méthode nécessite de démonter l'essieu pour pouvoir mesurer chaque pièce séparément. Cette étape est rendue nécessaire par le fait qu'il n'est pas possible de réaliser des mesures sur les surfaces fonctionnelles des liaisons lorsque le mécanisme est assemblé.

Toutefois on souhaite dépasser cette limitation et pouvoir déterminer la géométrie de l'essieu uniquement à partir de mesures sur essieu assemblé. Le positionnement d'amers sur les pièces d'un essieu nous a permis, dans le chapitre précédent, de calculer la position et l'orientation des pièces dans le mécanisme. La répétition de la mesure de position des ces amers pour différents états du mécanisme nous permet de calculer de manière similaire le déplacement, en translation et en rotation, de chaque pièce entre deux états successifs.

Comme le mouvement des pièces au sein du mécanisme est limité par les liaisons, l'analyse de ces déplacements va nous permettre de calculer la position des centres et l'orientation des axes des liaisons. Ce type d'identification géométrique a été exploré précédemment dans d'autres domaines d'applications : vision artificielle [OBBoo], télémanipulation [DDHoo] [DSH97] et robotique [RAMo5]. Cependant les méthodes proposées s'attachent essentiellement à la localisation de liaisons cinématiques rotules ou pivot et ne répondent pas aux problèmes spécifiques de la modélisation des mécanismes de liaison au sol. La présence dans ces mécanismes de liaisons élastiques et de pièces inaccessibles à la mesure nécessite de développer des stratégies propres à ce domaine.

Dans ce chapitre, différentes méthodes de calcul sont proposées en fonction du type de liaison qui doit être identifiée : rotule, pivot, liaisons composées et liaisons élastiques. Ces méthodes de calcul répondent à des cas d'application pratiques qui se présentent lors de la modélisation de mécanismes de liaisons au sol.

Afin de valider les méthodes proposées, différentes applications sont présentées. Tout d'abord une validation basée sur des données issues de la simulation numérique, puis deux validations expérimentales. Ces expérimentations permettent d'estimer la qualité de la géométrie identifiée en comparant le comportement des modèles élastocinématiques avec le comportement réel des essieux.

3.1. Observation et représentation du mouvement des pièces

Une manière simple de décrire la géométrie d'un mécanisme consiste à préciser la position et l'orientation de chaque liaison dans un référentiel global, pour un état particulier de ce système. C'est cette méthode qui est utilisée pour définir un modèle élastocinématique avec l'interface utilisateur des logiciels de modélisation multicorps tels que Adams.

Lors de la réalisation du modèle d'un mécanisme de liaison au sol, ou essieu, on utilise la convention suivante pour définir le référentiel global R_g .

L'origine O_b du repère se situe au milieu du segment défini par les deux points de contact roue-sol de l'essieu. Le plan $O_b, x_g z_g$ est confondu avec le plan médian de l'essieu et le plan $O_b, x_g y_g$ correspond au plan du sol.

Par convention la position de l'essieu utilisée pour décrire la géométrie du mécanisme, aussi appelée assiette de référence, est la position d'équilibre statique du véhicule pour un cas de charge standard : deux personnes de 75 Kg aux places avant du véhicule et le réservoir plein.

Afin de pouvoir constituer un modèle conforme à ces deux conventions, il faut dans un premier temps réaliser la mesure de position des amers de chacune des pièces pour l'assiette de référence. Pour réaliser cette mesure, le véhicule est amené sur un banc de mesure et le châssis est fixé par rapport au banc pour empêcher tout mouvement durant la mesure. Un bras de mesure tridimensionnel est fixé au banc, sous l'essieu étudié.

Le référentiel de mesure doit être défini conformément au référentiel global de l'essieu. On détermine alors pour chaque pièce S quatre points :

$$\begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{P}_{S-a} \end{bmatrix}_{R_g} = \begin{bmatrix} 1 & {}^0 x_{S-a} & {}^0 y_{S-a} & {}^0 z_{S-a} \end{bmatrix}^T. \quad (3.1)$$

Dans cette expression, l'indice supérieur 0 indique le cas de charge de référence, l'indice a indique l'amer mesuré ($a=1\dots 4$) et l'indice S précise la pièce correspondante à l'amer. Pour pouvoir par la suite calculer le déplacement des pièces dans l'espace, il est nécessaire d'associer à chaque pièce un référentiel local R_s . Le choix de ce référentiel peut être réalisé de manière arbitraire. Toutefois, afin de simplifier les calculs ultérieurs, on choisit tous les référentiels locaux confondus avec le référentiel global R_g pour le cas de charge de référence. La position et l'orientation de la pièce S par rapport au référentiel global sont alors représentées par l'opérateur homogène identité $\begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{A}_{R_s / R_g} \end{bmatrix}$. On a alors :

$$\begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{P}_{S-a} \end{bmatrix}_{R_s} = \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{A}_{R_s / R_g} \end{bmatrix}_{R_g} \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{P}_{S-a} \end{bmatrix}_{R_g} = \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{P}_{S-a} \end{bmatrix}_{R_g}. \quad (3.2)$$

La figure 3.1-a schématise cette première étape de mesure pour deux pièces $S1$ et $S2$.

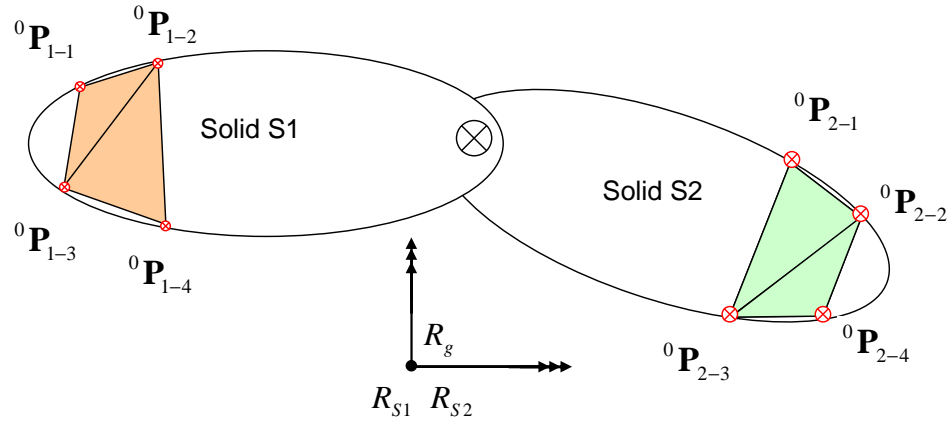
Pour observer la mobilité des pièces au sein du mécanisme, il faut mesurer la position des amers de chaque pièce pour différents états du mécanisme. C'est-à-dire qu'il faut faire varier les efforts appliqués à la roue et éventuellement, dans le cas d'un essieu directeur, en actionnant le système de direction.

Pour chaque cas de charge c , compris entre 1 et c_{\max} , la mesure permet de déterminer la position des amers de chacune des pièces :

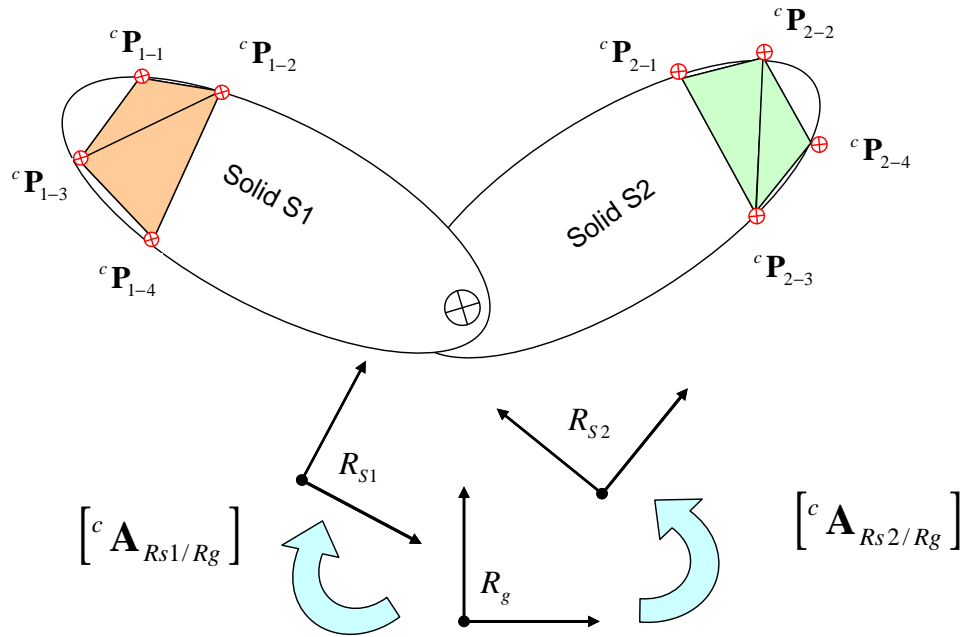
$$\begin{bmatrix} {}^c \mathbf{P}_{S-a} \end{bmatrix}_{R_g} = \begin{bmatrix} 1 & {}^c x_{S-a} & {}^c y_{S-a} & {}^c z_{S-a} \end{bmatrix}^T. \quad (3.3)$$

Si la pièce peut être considérée indéformable, alors les coordonnées des amers mesurées pour le cas de charge c peuvent être exprimées en fonction des coordonnées des amers mesurées au cas de charge de référence et d'un opérateur homogène $\begin{bmatrix} {}^c \mathbf{A}_{R_s / R_g} \end{bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} {}^c \mathbf{P}_{S-a} \end{bmatrix}_{R_g} = \begin{bmatrix} {}^c \mathbf{A}_{R_s / R_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{P}_{S-a} \end{bmatrix}_{R_s} \quad \forall a = 1 \dots 4. \quad (3.4)$$



a – Etat du mécanisme à la position de référence



b – Etat du mécanisme pour le cas de charge c

figure 3.1. Position des amers et des pièces pour différents états d'un mécanisme

L'opérateur $[^c A_{R_S/R_g}]$ représente la position et l'orientation du référentiel local R_S par rapport au référentiel global R_g pour le cas de charge c . Cependant, comme R_S et R_g sont confondus pour le cas de charge de référence, cet opérateur représente aussi le déplacement de la pièce S entre sa position de référence et la position c . Le calcul de cet opérateur se fait en minimisant le critère des moindres carrés ε donné par :

$$\varepsilon = \sum_{a=1}^4 \left\| [^c \mathbf{P}_{S-a}]_{R_g} - [^c \mathbf{A}_{R_S/R_g}] [^0 \mathbf{P}_{S-a}]_{R_S} \right\|^2. \quad (3.5)$$

La méthode de calcul employé est celle proposée par Arun [AHB87] et décrite dans la section 2.2.2.

Si on considère deux pièces $S1$ et $S2$, comme représenté dans la figure 3.1-b, la mesure des amers pour le cas de charge c permet de déterminer les opérateurs

${}^c A_{Rs1/Rg}$ et ${}^c A_{Rs2/Rg}$. La position relative de la pièce $S2$ par rapport à la pièce $S1$ est alors donnée par la composition des opérateurs :

$${}^c A_{Rs2/Rs1} = {}^c A_{Rs1/Rg}^{-1} {}^c A_{Rs2/Rg}. \quad (3.6)$$

Étant donné que les repères R_{S1} et R_{S2} sont confondus pour la position de référence de l'essieu, l'opérateur ${}^c A_{Rs2/Rs1}$ représente le déplacement relatif de la pièce $S2$ par rapport à la pièce $S1$ entre le cas de charge de référence et le cas de charge c . Si les deux pièces sont reliées par une liaison, alors certains mouvements relatifs seront impossibles quelque soit le cas de charge en raison des contraintes introduites par la liaison.

Soit c_{\max} le nombre total de cas de charge considérés. C'est en analysant les c_{\max} opérateurs de déplacement relatif d'une paire de pièces que l'on va déterminer la localisation et, si besoin est, l'orientation d'une liaison liant ces deux pièces.

3.2. Calcul de la localisation des liaisons

3.2.1. Localisation d'une liaison rotule

Lorsqu'une rotule (liaisons sphérique) lie la pièce $S1$ à la pièce $S2$, le centre de la liaison défini sur la pièce $S1$ doit être coïncident avec le centre de la liaison défini sur la pièce $S2$ quelque soit le cas de charge appliqué à l'essieu.

Comme les référentiels locaux des deux pièces R_{S1} et R_{S2} et le référentiel global R_g sont confondus à la position de référence, on peut écrire que les coordonnées du centre de la liaison sphérique C_{Sph} sont identiques dans chacun des 3 repères pour le cas de charge de référence :

$$[C_{Sph}]_{Rs1} = [C_{Sph}]_{Rs2} = [C_{Sph}]_{Rg} = [1 \quad x_{Sph} \quad y_{Sph} \quad z_{Sph}]^T. \quad (3.7)$$

Pour que les centres de la rotule sur la pièce $S1$ et la pièce $S2$ soient confondus pour tout les cas de charges, il faut vérifier :

$$[C_{Sph}]_{Rs1} = {}^c A_{Rs2/Rs1} [C_{Sph}]_{Rs2} \quad \forall \quad c \in [1..c_{\max}]. \quad (3.8)$$

Pour exprimer ce problème sous forme d'un système d'équations, il faut décomposer l'opérateur homogène en une matrice de rotation et un vecteur de translation :

$${}^c A_{Rs2/Rs1} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ {}^c \mathbf{T}_{2/1} & {}^c \mathbf{R}_{2/1} \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

L'équation (3.8) s'écrit alors sous la forme :

$$[x_{Sph} \quad y_{Sph} \quad z_{Sph}]^T = {}^c \mathbf{T}_{2/1} + {}^c \mathbf{R}_{2/1} [x_{Sph} \quad y_{Sph} \quad z_{Sph}]^T, \quad (3.10)$$

d'où

$$({}^c \mathbf{R}_{2/1} - \mathbf{Id}_3) [x_{Sph} \quad y_{Sph} \quad z_{Sph}]^T = -{}^c \mathbf{T}_{2/1}. \quad (3.11)$$

Dans cette expression, \mathbf{Id}_3 est la matrice identité de dimension 3. En considérant successivement chaque cas de charge appliqué à l'essieu, on constitue un système de $(3 * c_{\max})$ équations avec 3 inconnues :

$$\begin{bmatrix} {}^1\mathbf{R}_{2/1} - \mathbf{Id}^3 \\ \vdots \\ {}^c\mathbf{R}_{2/1} - \mathbf{Id}^3 \\ \vdots \\ {}^{c_{\max}}\mathbf{R}_{2/1} - \mathbf{Id}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Sph} \\ y_{Sph} \\ z_{Sph} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -{}^1\mathbf{T}_{2/1} \\ \vdots \\ -{}^c\mathbf{T}_{2/1} \\ \vdots \\ -{}^{c_{\max}}\mathbf{T}_{2/1} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

En raison des incertitudes de mesures, ce problème surcontraint peut ne pas admettre de solution exacte. On choisit alors les inconnues $[x_{Sph} \ y_{Sph} \ z_{Sph}]^T$ qui minimisent le critère des moindres carrés. Il s'agit d'un problème classique d'algèbre linéaire et la résolution est directe (non itérative) [PTV92].

L'équation (3.8) nous permet donc de déterminer la position du centre de la rotule dans le référentiel global, pour l'assiette de référence. Cette position est utilisée pour définir la géométrie de la suspension.

3.2.2. Localisation d'une liaison pivot

Lorsqu'un pivot (liaison rotoïde) lie la pièce $S1$ à la pièce $S2$ alors seul un mouvement de rotation est possible pour $S2$ par rapport à $S1$. La liaison pivot est définie par la position et l'orientation de son axe sur les pièces. Pour décrire cet axe nous choisissons de préciser un point $\mathbf{C}_{Piv} = [x_{Piv} \ y_{Piv} \ z_{Piv}]^T$ et un vecteur directeur $\mathbf{u}_{Piv} = [x_u \ y_u \ z_u]^T$.

Dans le cas d'une liaison pivot, tous les points la pièce $S2$ appartenant à l'axe de la liaison sont immobiles sur la pièce $S1$. Pour tout point \mathbf{C}_{Piv} appartenant à l'axe de la liaison on a :

$$[\mathbf{C}_{Piv}]_{Rs1} = [{}^cA_{Rs2/Rs1}][\mathbf{C}_{Piv}]_{Rs2} \quad \forall \quad c \in [1..c_{\max}]. \quad (3.13)$$

Cette équation est similaire à l'équation (3.8) de la section précédente. De la même manière que pour une liaison sphérique, on établit un système de $3c_{\max}$ équations identique au système (3.12). Par la suite on notera \mathbf{M} la matrice associée à ce système:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} {}^1\mathbf{R}_{2/1} - \mathbf{Id}_3 \\ \vdots \\ {}^c\mathbf{R}_{2/1} - \mathbf{Id}_3 \\ \vdots \\ {}^{c_{\max}}\mathbf{R}_{2/1} - \mathbf{Id}_3 \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Idéalement, ce système d'équations n'admet pas une solution unique car tout point appartenant à l'axe de la liaison est une solution. Alors la matrice \mathbf{M} est singulière et possède un noyau de dimension 1. Ce noyau, qui peut être décrit par un vecteur unitaire, correspond à l'orientation de l'axe de la liaison pivot. Le vecteur \mathbf{u}_{Piv} est défini par :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\mathbf{u}_{piv} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ \|\mathbf{u}_{piv}\| &= 1 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Dans la pratique, en raison des incertitudes de mesure et du comportement réel de la liaison (jeux fonctionnels et comportement élastique), l'axe de la rotation calculée de S2 par rapport à S1 pour chaque cas de charge n'est pas parfaitement parallèle à l'axe réel de la liaison. En conséquence, la matrice \mathbf{M} n'est pas singulière et il est alors possible de trouver un point unique \mathbf{C}_{piv} qui minimise le critère des moindres carrés.

Pour déterminer l'axe de la liaison on applique la décomposition en valeurs singulière à la matrice \mathbf{M} , ce qui implique les trois termes :

$$\mathbf{M} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T, \quad (3.16)$$

où \mathbf{S} est une matrice diagonale $3c_{\max} \times 3$ contenant les valeurs singulières de \mathbf{M} , \mathbf{V} est une matrice de rotation 3×3 indiquant les directions singulières et \mathbf{U} est une matrice rotation $3c_{\max} \times 3c_{\max}$.

Si les défauts d'orientation engendrés par les incertitudes sont petits par rapport aux rotations des pièces autour du pivot, alors une des trois valeurs singulière est beaucoup plus petite que les deux autres. La direction singulière associée à cette valeur singulière donne la meilleure estimation du vecteur directeur de la liaison.

3.2.3. Localisation d'une liaison combinant rotations et translation

Dans les suspensions automobiles, pour des raisons de coût de réalisation et de robustesse, les liaisons utilisées sont généralement des liaisons simples. Ainsi les liaisons cinématiques le plus fréquemment rencontrés sont des liaisons rotules, pivots et cylindriques (pivots glissants).

Cependant, certaines pièces de la suspension ne peuvent pas être équipées d'amers ou sont totalement inaccessibles à la mesure. Dans ce cas, on est obligé de considérer le mouvement relatif de deux pièces qui ne sont pas liées directement par une liaison simple, mais par une succession de deux liaisons.

Pour identifier une telle liaison composée, deux méthodes sont envisageables. La première est une méthode de résolution directe applicable si on connaît a priori la direction de translation. La deuxième est une méthode itérative applicable lorsqu'il est nécessaire d'identifier le centre de la liaison et la direction de translation.

3.2.3.1. Calcul du centre de rotation

Ce cas de figure se présente lorsque l'on cherche à caractériser une bielle de direction. La bielle de direction d'un essieu directeur est liée par une rotule à la crémaillère de direction. Cette crémaillère possède elle-même un degré de liberté en translation par rapport au châssis du véhicule. Dans ce cas, la bielle de direction possède par rapport au châssis trois degrés de liberté en rotation et un degré de liberté en translation.

Les véhicule légers possédant le plus souvent une géométrie de suspension symétrique, on peut prendre comme hypothèse que la direction de translation de la crémaillère correspond à l'axe transversal du véhicule. Cette direction de

translation est notée \mathbf{u} . On suppose connu les composantes de \mathbf{u} dans le repère global. Il est donc possible de définir deux vecteurs unitaires perpendiculaires à \mathbf{u} et perpendiculaires entre eux : \mathbf{v} et \mathbf{w} .

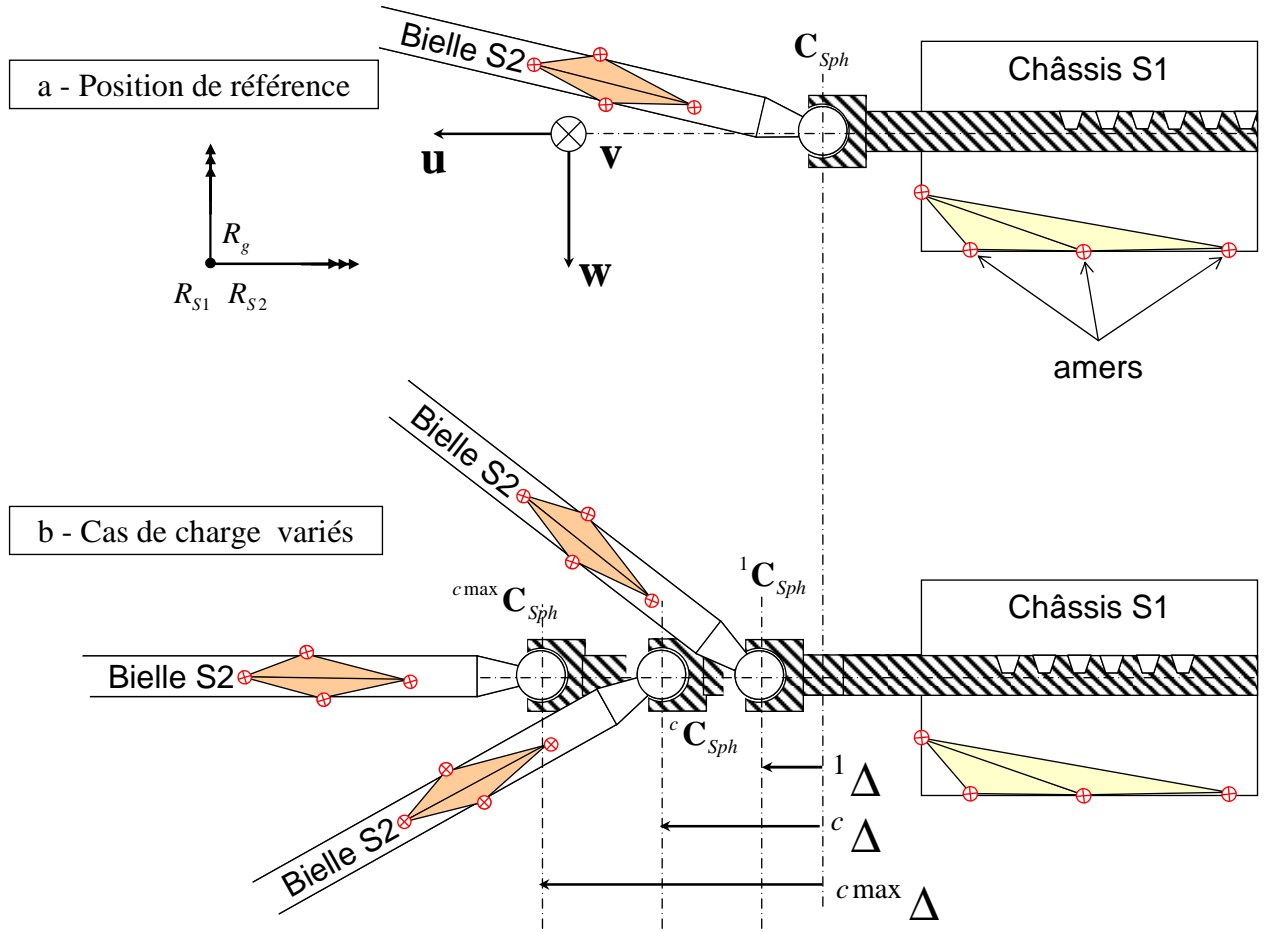


figure 3.2. Mobilité d'une bielle de direction par rapport au châssis.

On cherche à calculer la position du centre de la liaison rotule C_{sph} qui lie la bielle de direction à la crémaillère, dans le référentiel global R_g . Le déplacement ${}^c\Delta$ du point C_{sph} entre la position de référence et un cas de charge c de l'essieu est donné par :

$${}^c\Delta = [{}^cA_{Rs2/Rs1}][C_{sph}] - [C_{sph}] = ([{}^cA_{Rs2/Rs1}] - \mathbf{Id}^4)[C_{sph}]. \quad (3.17)$$

La même relation exprimée en coordonnées cartésiennes nous donne, conformément à l'équation (3.10):

$${}^c\delta = {}^cT_{2/1} + ({}^cR_{2/1} - \mathbf{Id}^3)[x_{sph} \ y_{sph} \ z_{sph}]^T, \quad (3.18)$$

$$\text{où } {}^c\Delta = [1 \ {}^c\delta^T]^T.$$

Lorsque le mécanisme de direction est actionné, ce point se déplace le long d'une droite de vecteur directeur \mathbf{u} par rapport au châssis. Par conséquent, le déplacement de ce point dans les directions perpendiculaires à la droite est nul quel que soit le cas de charge. Ceci se traduit par un produit scalaire nul entre le déplacement du centre rotule et les vecteurs \mathbf{v} et \mathbf{w} :

$$\begin{aligned} \mathbf{v} \cdot {}^c\delta &= 0 \\ \mathbf{w} \cdot {}^c\delta &= 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Ces deux relations peuvent s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}^T \\ \mathbf{w}^T \end{bmatrix} \left({}^c \mathbf{R}_{2/1} - Id^3 \right) \begin{bmatrix} x_{Sph} & y_{Sph} & z_{Sph} \end{bmatrix}^T = - \begin{bmatrix} \mathbf{v}^T \\ \mathbf{w}^T \end{bmatrix} {}^c \mathbf{T}_{2/1}. \quad (3.20)$$

La considération de l'ensemble des cas de charges successifs permet de constituer un système de $2 \times c_{\max}$ équations :

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}^T \\ \mathbf{w}^T \end{bmatrix} \left({}^1 \mathbf{R}_{2/1} - Id^3 \right) \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \mathbf{v}^T \\ \mathbf{w}^T \end{bmatrix} \left({}^{c_{\max}} \mathbf{R}_{2/1} - Id^3 \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Sph} \\ y_{Sph} \\ z_{Sph} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{v}^T \\ \mathbf{w}^T \end{bmatrix} {}^1 \mathbf{T}_{2/1} \\ \vdots \\ - \begin{bmatrix} \mathbf{v}^T \\ \mathbf{w}^T \end{bmatrix} {}^{c_{\max}} \mathbf{T}_{2/1} \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Par la résolution du système (3.21) on détermine les coordonnées du centre de la liaison rotule sur la crémaillère, pour la position de référence du véhicule.

3.2.3.2. Calcul du centre de rotation et de la direction de translation

Ce cas de figure se présente lorsque l'on analyse le guidage du porte-moyeu par une jambe de force sur un essieu McPherson. La figure 3.3-a schématise ce mécanisme à la position de référence. Sur ce type de suspension, le porte-moyeu (noté $S1$ sur le schéma) est lié à la tige de l'amortisseur (notée $S3$), aussi appelée jambe de force, par une liaison cylindrique. Cette même tige est fixée au châssis (noté $S2$) par une liaison élastique qui lui autorise des rotations d'axes perpendiculaires à la tige. Si en première approximation on assimile cette liaison élastique à une liaison sphérique, alors le porte-moyeu possède par rapport au châssis trois degrés de liberté en rotation et un degré de liberté en translation selon l'axe de la jambe de force. Dans ce cas de figure il n'est pas possible de positionner des amers sur la jambe de force et par conséquent d'observer son déplacement.

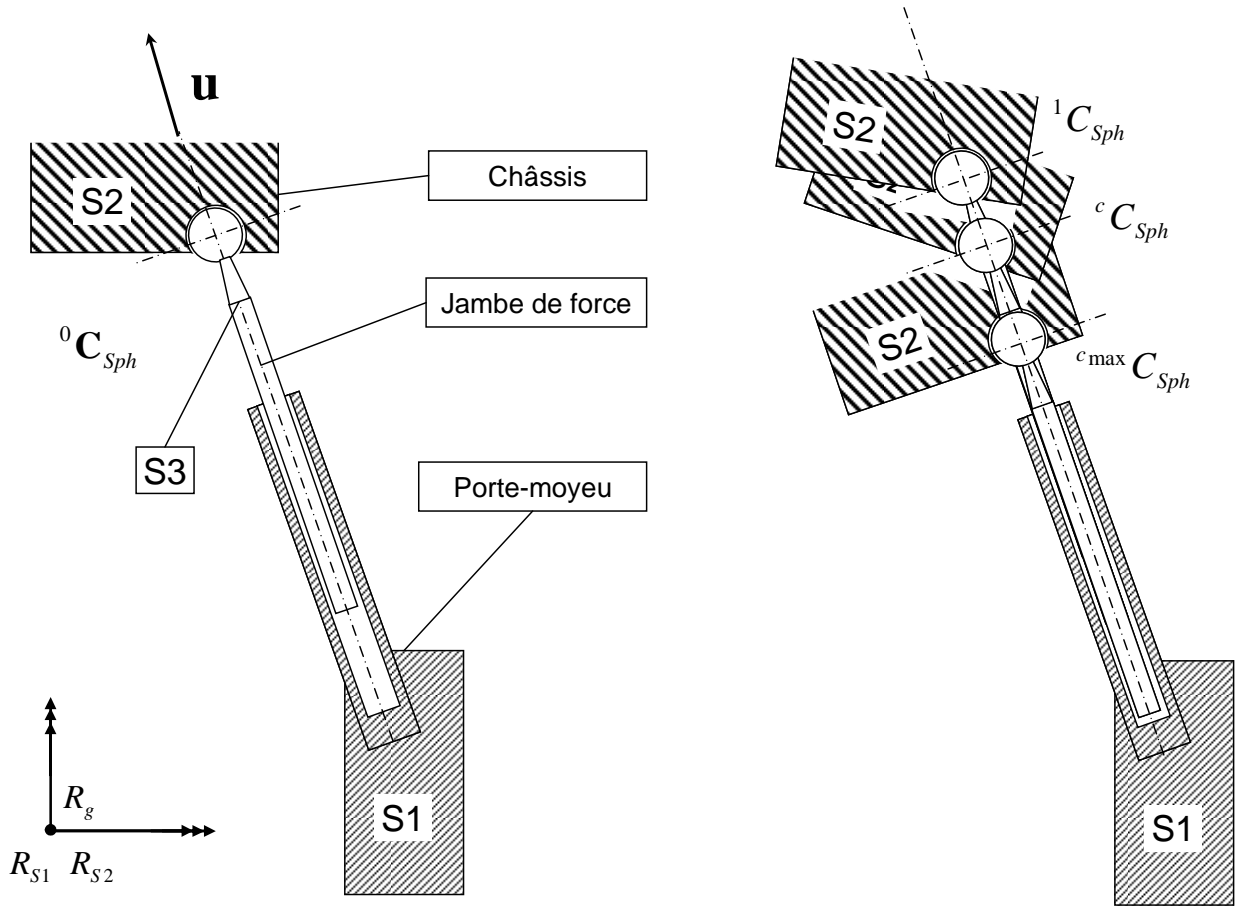
Au cours du fonctionnement de l'essieu, le châssis se déplace par rapport au porte-moyeu, mais le point de fixation de la jambe de force ${}^c C_{Sph}$ reste toujours aligné sur l'axe de la jambe de force. La figure 3.3-b représente différentes positions successives possibles du châssis par rapport au porte-moyeu.

Comme on ne connaît pas a priori le vecteur directeur de cet axe, il est impossible d'établir un système d'équations comme dans la section précédente.

Pour résoudre ce problème, on va chercher le point de $S2$ qui se déplace le long d'une droite fixe sur $S1$ au cours des c_{\max} déplacements décrits par les opérateurs homogènes ${}^c A_{Rs2/Rs1}$. Pour cela, on définit l'ensemble de points ${}^c \mathbf{C}_{Sph}$ avec :

$$\begin{bmatrix} {}^c \mathbf{C}_{Sph} \end{bmatrix}_{Rs1} = \begin{bmatrix} 1 & {}^c x_{Sph} & {}^c y_{Sph} & {}^c z_{Sph} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^c A_{Rs2/Rs1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^0 \mathbf{C}_{Sph} \end{bmatrix}_{Rg}. \quad (3.22)$$

Pour ce nuage de points, on définit le centre de gravité \mathbf{G} en coordonnées cartésiennes :



a - Position de référence

b - Cas de charges variés

figure 3.3. Mobilité du porte-moyeu par rapport au châssis pour un essieu McPherson.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} = \frac{1}{c_{\max}} \sum_{c=1}^{c_{\max}} \begin{bmatrix} {}^c x_{Sph} \\ {}^c y_{Sph} \\ {}^c z_{Sph} \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

On calcule alors le tenseur d'inertie τ_G du nuage de points au centre de gravité \mathbf{G} :

$$\tau_G = \sum_{c=1}^{c_{\max}} \begin{bmatrix} ({}^c z_{Sph} - z_G)^2 + ({}^c y_{Sph} - y_G)^2 & -({}^c x_{Sph} - x_G)({}^c y_{Sph} - y_G) & -({}^c x_{Sph} - x_G)({}^c z_{Sph} - z_G) \\ -({}^c x_{Sph} - x_G)({}^c y_{Sph} - y_G) & ({}^c x_{Sph} - x_G)^2 + ({}^c z_{Sph} - z_G)^2 & -({}^c z_{Sph} - z_G)({}^c y_{Sph} - y_G) \\ -({}^c x_{Sph} - x_G)({}^c z_{Sph} - z_G) & -({}^c z_{Sph} - z_G)({}^c y_{Sph} - y_G) & ({}^c x_{Sph} - x_G)^2 + ({}^c y_{Sph} - y_G)^2 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Ce tenseur d'inertie permet de déterminer les axes principaux d'inertie ainsi que les moments d'inertie autour de ces axes. Pour cela, il faut calculer les vecteurs propres et les valeurs propres du tenseur τ_G selon la relation :

$$\tau_G = [\mathbf{u} \quad \mathbf{v} \quad \mathbf{w}] \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} [\mathbf{u} \quad \mathbf{v} \quad \mathbf{w}]^T. \quad (3.25)$$

Dans cette expression, \mathbf{u} , \mathbf{v} et \mathbf{w} sont les vecteurs propres de τ_G . I_1 , I_2 et I_3 sont les valeurs propres associées. Idéalement, l'ensemble des points ${}^c\mathbf{C}_{Sph}$ se situent sur une droite. Alors le moment d'inertie du nuage de points autour de cette droite est nul et cette droite est un axe principal d'inertie.

Pour identifier la position du centre de la liaison ${}^0\mathbf{C}_{Sph}$, on cherche les coordonnées ${}^0x_{Sph}$, ${}^0y_{Sph}$, ${}^0z_{Sph}$ qui réalisent au mieux l'alignement des points ${}^c\mathbf{C}_{Sph}$. Pour cela, on minimise le plus petit moment d'inertie de τ_G .

Pour réaliser cette optimisation, nous avons choisi d'utiliser l'algorithme du simplex proposé par Nelder et Mead [NeM65]. Cette méthode est adaptée à la résolution de problèmes non linéaires, non contraints. L'utilisation de l'algorithme du simplex ne permet pas de dépasser ces minima locaux. L'expérience montre que de tels minima existent pour ce problème d'identification. Il est donc important de réaliser une estimation initiale réaliste de la position de la liaison.

À l'issue de l'optimisation, le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de τ_G correspond au vecteur directeur de l'axe de la jambe de force \mathbf{u} .

3.2.4. Localisation d'une liaison élastique

Dans le cas d'une liaison élastique, il n'est pas possible de proposer une méthode d'identification basée sur l'analyse du déplacement des pièces efficace dans tous les cas de figures.

Les déplacements relatifs des deux pièces dépendent des efforts qui leurs sont appliqués. Or dans cette étude, on fait l'hypothèse que les efforts qui s'exercent sur les liaisons sont inconnus. Cependant, il est possible de faire certaines hypothèses supplémentaires sur ces efforts en fonction de la structure cinématique de l'essieu.

Dans les sections suivantes on envisage deux cas particuliers pour lesquels il est possible d'estimer correctement la position d'une liaison élastique. Le premier cas est celui de deux pièces liées par une paire de liaisons élastiques. Le deuxième cas est celui d'un bras de suspension assemblé dans le mécanisme par une liaison rotule d'une part et une liaison élastique d'autre part.

3.2.4.1. Paire de liaisons élastiques sur un triangle de suspension

Dans le cas général, les essieux pseudo McPherson comportent un triangle de suspension qui est lié au châssis par deux liaisons élastiques. Un exemple de ce type de pièce est photographié dans la figure 2.7.

Ce montage permet au triangle de pivoter autour de l'axe passant par le centre des deux liaisons élastiques. L'amplitude des rotations autour de cet axe est importante car elle permet le débattement vertical de la roue. En comparaison, les autres déformations sont très faibles. Il est donc possible d'assimiler cet assemblage à une liaison pivot.

La méthode décrite dans la section 3.2.2 permet de déterminer l'axe qui passe par les deux centres des liaisons élastiques sous la forme d'un point \mathbf{C}_{Piv} et d'un vecteur directeur \mathbf{u} . L'analyse du mouvement relatif du triangle par rapport au châssis ne permet pas de distinguer la position du centre de chaque liaison.

Cependant, dans la pratique on peut facilement estimer la cote de ces deux liaisons selon l'axe longitudinal du véhicule (axe x du repère R_g).

3.2.4.2.

Liaison élastique sur une bielle avec rotule

Le type de montage que l'on considère dans cette section est schématisé dans la figure 3.4-a. Il s'agit d'un bras de suspension assemblé dans le mécanisme d'une part avec une liaison élastique et d'autre part avec une liaison sphérique. Pour identifier le centre de la liaison élastique, il est nécessaire de réaliser des hypothèses sur le comportement de cette liaison.

Pour vérifier l'équilibre des forces qui s'exercent sur la bielle, les forces appliquées à la liaison rotule et à la liaison élastique, représentées dans la figure 3.4-b, sont égales et opposées :

$$\begin{aligned} F_{x-Sph} &= -F_{x-Elast} \\ F_{y-Sph} &= -F_{y-Elast} \end{aligned} \quad (3.26)$$

De plus le moment $M_{z-Elast}$ engendré par la torsion de la liaison élastique doit être égal au couple engendré par les efforts perpendiculaires à l'axe du bras exercés sur la rotule :

$$M_{z-Elast} = K_R \theta = -F_{y-Sph} l. \quad (3.27)$$

Par conséquent, la déformation δ_y de la liaison élastique dans la direction perpendiculaire à l'axe de la bielle dépend de la longueur de la bielle, de la rigidité en torsion K_{Rz} et de la rigidité en translation radiale K_{Trad} de la liaison élastique :

$$\delta_y = \frac{F_{y-Elast}}{K_{Trad}} = \frac{K_{Rz} \theta}{K_{Trad} l}. \quad (3.28)$$

La déformation δ_x de la liaison dans l'axe de la bielle dépend uniquement de la force exercée sur la bielle et de la rigidité en translation de la liaison :

$$\delta_x = \frac{F_{x-Elast}}{K_{Trad}}. \quad (3.29)$$

Si on est en présence d'une liaison élastique possédant des rigidités en translation très importantes et par conséquent des déformations en translation faibles (quelques dixièmes de millimètres), alors il est possible d'assimiler la liaison élastique à une liaison rotule. On utilise alors la méthode de calcul détaillée dans la section 3.2.1.

Si la liaison élastique est très souple et subit des déformations en translation importantes, alors l'approximation précédente n'est plus valable et la méthode de calcul utilisée pour les liaisons sphériques donne des résultats imprécis. Une meilleure approximation consiste à négliger uniquement les déformations δ_y qui sont perpendiculaires à l'axe de la bielle, considérées petites par rapport aux déformations dirigées dans les sens de la bielle δ_x . Pour pouvoir faire cette approximation, il faut vérifier :

$$\frac{K_{Rz} \theta}{l} \ll F_{x-Elast}. \quad (3.30)$$

Il faut donc réaliser une estimation des forces qui s'exercent sur la bielle et de la rigidité de la bielle. Une analyse fonctionnelle du mécanisme permet de donner un ordre de grandeur pour ces valeurs.

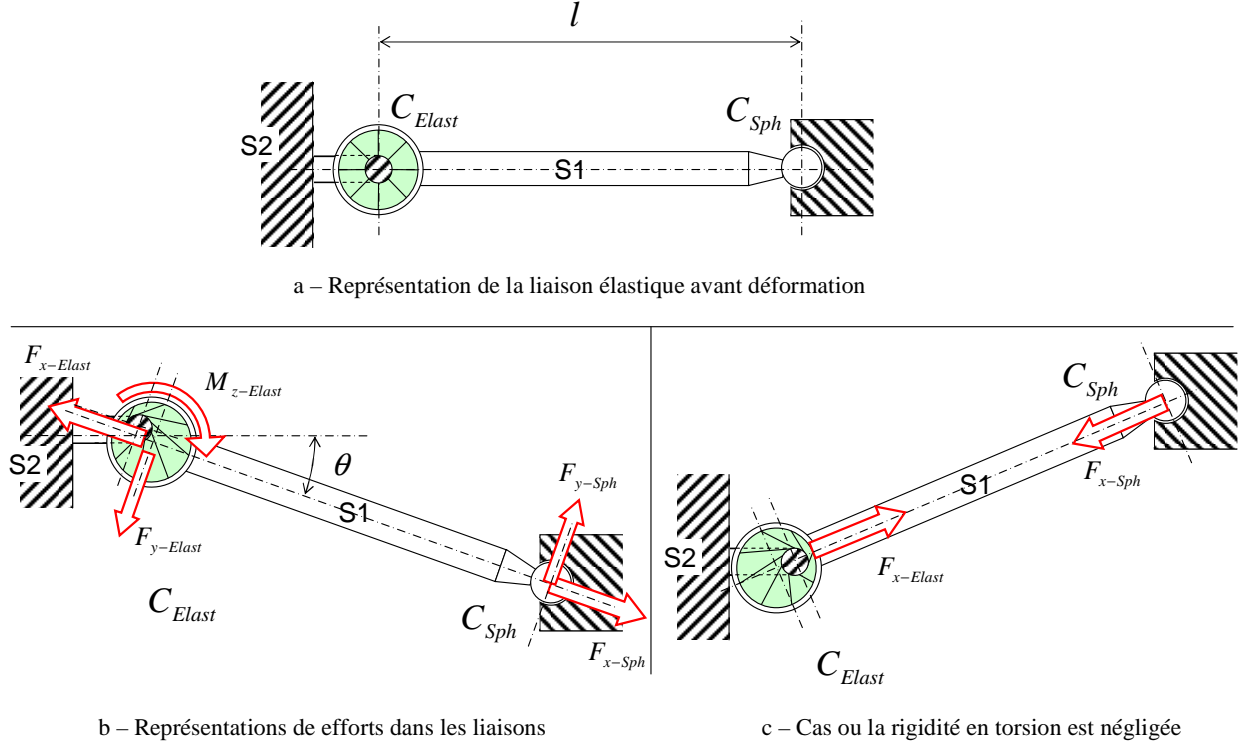


figure 3.4. Déformation d'une liaison élastique sur une bielle.

Pour distinguer les déformations de liaison élastique dirigées dans l'axe de la bielle, des déformations perpendiculaires à l'axe, il faut calculer l'orientation de cet axe. Comme le centre de la liaison rotule C_{Sph} peut être calculée à partir des équations de la section 3.2.1, on peut exprimer le vecteur directeur de l'axe de la bielle par :

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{C}_{Elast} - \mathbf{C}_{Sph}}{\|\mathbf{C}_{Elast} - \mathbf{C}_{Sph}\|}. \quad (3.31)$$

Pour chaque cas de charge, le déplacement ${}^c\Delta$ du point C_{Elast} défini sur la pièce S2 par rapport à la pièce S1 entre la position de référence et un cas de charge c de l'essieu est donné par :

$${}^c\Delta = [{}^c\mathbf{A}_{Rs2/Rs1}] \mathbf{C}_{Elast} - \mathbf{C}_{Elast} = ([{}^c\mathbf{A}_{Rs2/Rs1}] - \mathbf{Id}^4) \mathbf{C}_{Elast}, \quad (3.32)$$

soit en coordonnées cartésiennes :

$${}^c\delta = {}^c\mathbf{T}_{2/1} + ({}^c\mathbf{R}_{2/1} - \mathbf{Id}^3) [x_{Elast} \ y_{Elast} \ z_{Elast}]^T. \quad (3.33)$$

Ce déplacement est dirigé dans l'axe de la bielle donc le produit vectoriel du vecteur déplacement centre avec le vecteur directeur de l'axe est nul :

$${}^c\delta \times \mathbf{u} = 0. \quad (3.34)$$

Pour identifier le centre de la liaison élastique, on va donc chercher le point qui minimise la norme de ce produit vectoriel, cumulée sur l'ensemble des cas de charge :

$$\min(x_E, y_E, z_E) \rightarrow \sum_{c=1}^{c_{\max}} \left\| {}^c \delta \times \mathbf{u} \right\|^2. \quad (3.35)$$

Le calcul de ce minimum peut se faire de manière itérative en utilisant un algorithme d'optimisation. Afin de définir une estimée initiale réaliste, la méthode de localisation d'une liaison rotule est utilisée.

3.3. Validations numérique et expérimentales

3.3.1. Mise en œuvre

Pour pouvoir appliquer les méthodes d'identification décrites précédemment, un programme a été réalisé en utilisant l'outil Matlab. Pour la validation basée sur l'utilisation d'un modèle numérique, les coordonnées des amers sont données par le logiciel de simulation multicorps Adams/Car. Pour la validation expérimentale, les résultats des mesures de position sont enregistrés dans un fichier IGES. Ces fichiers sont interprétés afin de définir tous les vecteurs position des amers pour les différents cas de charge ${}^c \mathbf{P}_{S-a}$. A partir de ces vecteurs, la position et l'orientation de chaque pièce $[{}^c \mathbf{A}_{Rs/Rg}]$ est calculée pour chaque cas de charge c .

Avant de calculer la position des liaisons, il faut réaliser une liste des liaisons du système, en précisant pour chaque liaison les deux pièces liées et le type de liaison à identifier. Ensuite une boucle logique permet de considérer successivement chaque liaison. En fonction du type de la liaison, les coordonnées du centre et éventuellement de l'axe sont calculées.

A l'issue de ces calculs, les coordonnées des centres de liaison et des axes sont regroupées dans un tableau de synthèse. Pour juger de la qualité des résultats, ces coordonnées sont utilisées pour définir un modèle élastocinématique de l'essieu étudié.

3.3.2. Validation numérique

Pour mettre au point et valider les méthodes de calcul présentées précédemment, la méthode a tout d'abord été appliquée en utilisant des données issues de la simulation numérique. Pour cela, un modèle d'essieu pseudo McPherson est réalisé avec le logiciel Adams/Car. Il s'agit du modèle correspondant à l'essieu de test décrit dans le chapitre précédent pour la validation expérimentale de l'identification géométrique. Sur ce modèle sont positionnés des amers virtuels, localisés de manière similaire aux amers réels.

Comme chaque pièce possède quatre amers, ces amers peuvent être visualisés en construisant un tétraèdre ayant les amers pour sommets. Cette construction est visible dans la figure 3.5 où deux vues sont représentées : de face et de dessus.

Cet essieu comporte 4 pièces mobiles dont les déplacements sont observés : les bras avant et arrière, la bielle de direction et le porte-moyeu. Il faut aussi considérer le châssis qui n'est pas représenté ici. Celui-ci étant fixé sur le banc, il n'est pas nécessaire de mesurer ses déplacements. Sur ce système on souhaite calculer la localisation de trois rotules sur le porte-moyeu, de deux liaisons élastiques notés bushing A et bushing B, la liaison entre la bielle de direction et la crémaillère, ainsi que le sommet de la jambe de force.

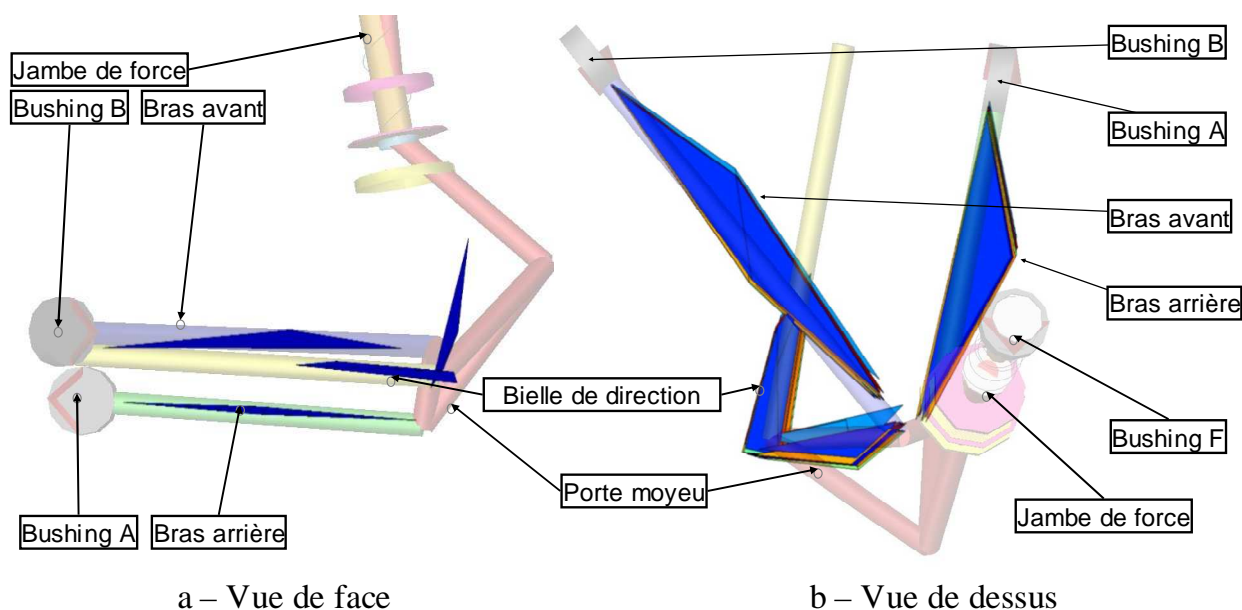


figure 3.5. Représentation graphique du modèle Adams et des amers.

Pour réaliser l'identification, on relève la position des amers pour différentes positions du modèle. Tout d'abord les positions des amers sont relevées pour cinq hauteurs de roue différentes. Sur la figure 3.6-a on distingue le déplacement vertical du tétraèdre associé au porte-moyeu, ainsi que la rotation de ceux associés aux bras de suspension. Dans un deuxième temps on actionne le mécanisme de direction afin de générer le braquage de la roue. On relève la position des amers pour cinq positions du mécanisme au cours de ce mouvement. La figure 3.6-b permet de visualiser le déplacement du tétraèdre correspondant à la bielle de direction selon la direction transversale y_g et la rotation du porte-moyeu.

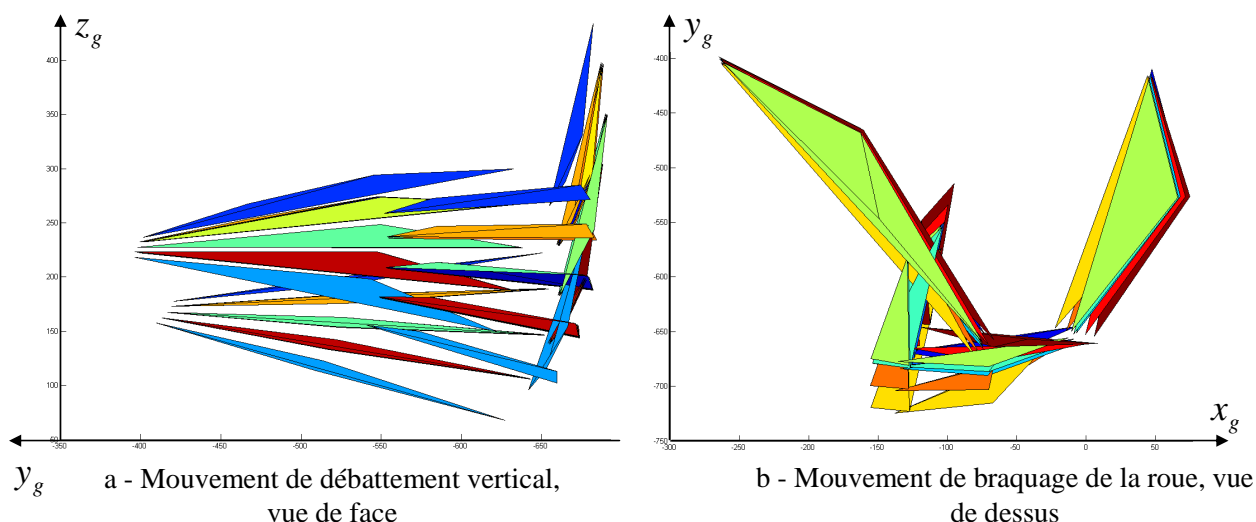


figure 3.6. Positions successives des amers au cours du fonctionnement de l'essieu

L'analyse de ces données nous permet de vérifier que le calcul des liaisons cinématiques (rotules et rotule + crémaillère) est correct.

La localisation des liaisons élastiques est moins précise en raison des approximations nécessaires à la définition d'une méthode de calcul. Les résultats

de ces calculs sont transcrits dans le Tableau 3.1 et représentés graphiquement dans la figure 3.7.

Le bushing A possède une rigidité nominale de 13 000 N/mm et ses déformations radiales sont très faibles. On fait donc le choix de négliger ses déformations pour pouvoir calculer le centre de la liaison de manière similaire à une liaison rotule. Grâce à cette approche, nous pouvons localiser le centre de la liaison à moins de 1 mm de la position théorique.

Le bushing B est beaucoup plus souple, sa rigidité nominale dans l'axe de la bielle est de 300 N/mm. Par conséquent il subit des déformations radiales de plusieurs millimètres. Sa position est alors calculée en considérant uniquement la déformation dans l'axe du bras. Le résultat de ce calcul diffère de la position de la liaison sur le modèle de référence de 3 mm.

La liaison entre la jambe de force et le châssis est assurée par une liaison élastique appelée bushing F. La position de cette liaison est calculée selon la méthode décrite dans la section 3.2.3.2. Pour définir cette méthode, la liaison élastique est assimilée à une liaison rotule. Cette approximation entraîne un défaut du centre calculé par rapport au centre défini sur le modèle de 7 mm. Si on considère l'axe de la jambe de force, c'est-à-dire l'axe de la liaison cylindrique qui lie le porte-moyeu à la jambe de force, cette erreur est plus petite. L'orientation calculée de l'axe est correcte et la distance entre l'axe de la jambe de force définie sur le modèle et l'axe calculé est de 2.7 mm.

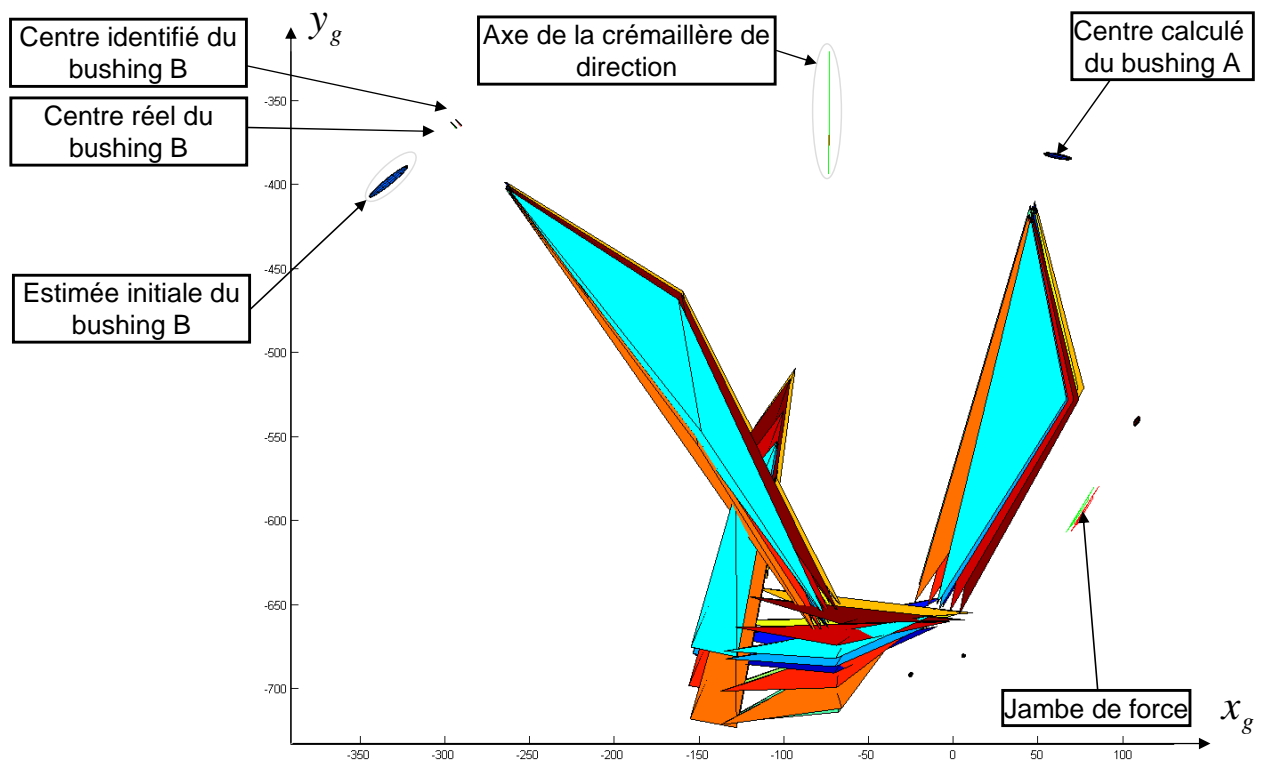


figure 3.7. Résultats de l'identification à partir de données issues de la simulation.

La présence de liaisons élastiques dans le mécanisme nous empêche de déterminer complètement la géométrie du système de manière exacte. L'analyse du mouvement des pièces nous permet toutefois de reconstituer un modèle complet du mécanisme avec une précision de quelques millimètres. Il est important de remarquer que les écarts entre les centres théoriques et les centres identifiés sont réalisés dans les directions de faible sensibilité du système. Ainsi,

malgré une précision géométrique qui paraît faible, le comportement du modèle identifié est similaire au comportement du système de référence.

Tableau 3.1. Résultats du calcul de localisation des liaisons élastiques.

Position et orientation des liaisons sur le modèle de référence

Nom de la liaison	X	Y	Z
Bushing_A	61.06	-383.51	186.2
Bushing_B	-294.66	-365.11	246.1
Bushing_F	73.69	-594.7	762.64

Position et orientation des liaisons calculées par l'analyse du mouvement des pièces

Bushing_A	60.7981	-382.949	186.975
Bushing_B	-291.628	-364.069	246.167
Bushing_F	76.6709	-593.859	768.86

Différence entre coordonnées

Bushing_A	0.2619	-0.561	-0.775
Bushing_B	-3.032	-1.041	-0.067
Bushing_F	-2.9809	-0.841	-6.22

Norme de l'erreur

0.99
3.20
6.95

3.3.3. Validation expérimentale sur banc K&C

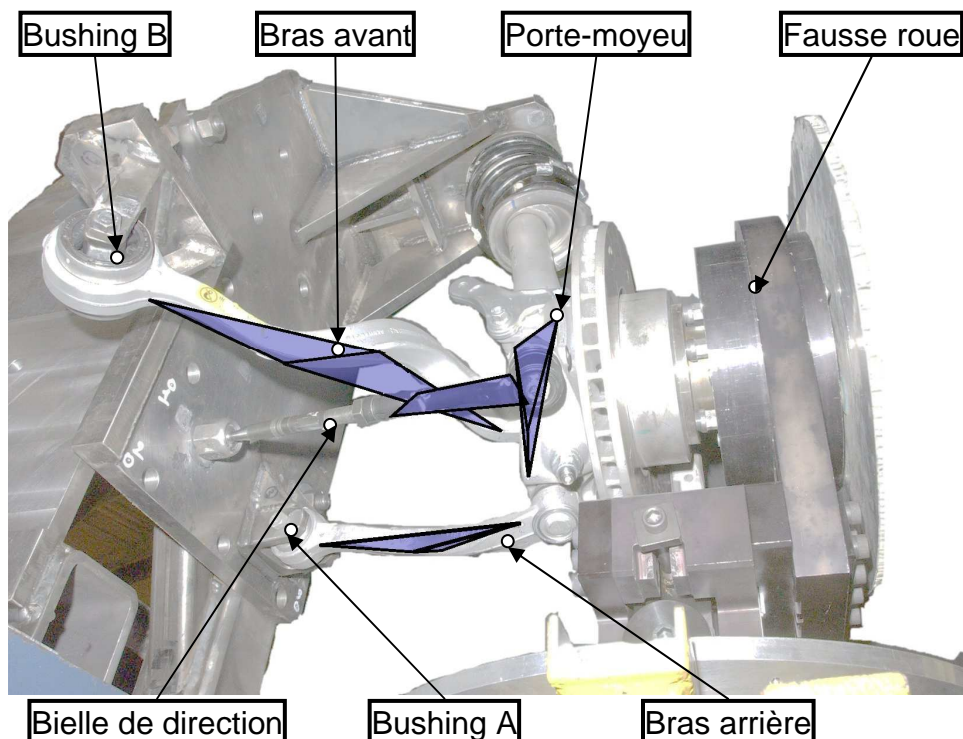


figure 3.8. Montage expérimental pour l'identification et représentation graphique des amers disposés sur les pièces.

Afin de confirmer la validité des résultats présentés dans la section précédente, les mêmes méthodes de calcul des rigidités ont été appliquées à partir

de données expérimentales acquises sur le banc de caractérisation K&C. Le montage expérimental est le même que celui décrit dans la section 2.4.2.

A la différence de la validation numérique, le demi-essieu utilisé pour cette validation expérimentale est dépourvu de système de direction. Il est donc impossible de générer un braquage important du porte-moyeu et de la roue et la mobilité du mécanisme est réduite.

Les actionneurs du banc K&C permettent d'appliquer différents efforts sur la fausse roue. Ainsi, les positions des amers, visibles sur la figure 3.8, peuvent être mesurées pour différents états du mécanisme. Dix sept cas de charge différents sont appliqués à l'essieu en combinant des efforts verticaux compris entre 1000 et 7000 N, des efforts latéraux compris entre -1000 et 1000 N et des efforts longitudinaux entre -1000 et 1000 N.

La figure 3.9 représente les résultats de ces calculs et permet de comparer la localisation des liaisons telles que calculées à partir de l'analyse du mouvement des pièces, avec les localisations calculées au chapitre 2 en prenant en compte les mesures réalisées sur les pièces, après démontage de l'essieu.

Tableau 3.2. Résultats du calcul de localisation des liaisons élastiques

Position des liaisons calculées par l'analyse du mouvement des pièces

Centre de la liaison

Nom de la liaison	X	Y	Z
Bushing A	57.415	-382.899	187.471
Bushing B	-288.706	-362.081	240.491
Bushing F	223.343	-683.935	781.047
Rotule bras arrière	9.70637	-680.487	164.202
Rotule bras avant	-25.635	-691.821	233.333
Rotule Bielle-châssis	-73.2846	-353.576	228.319
Rotule Bielle-Porte-moyeu	-138.352	-694.312	207.3

Différences entre coordonnées calculées avec démontage et par analyse du mouvement

				Norme (mm)
Bushing A	3.645	-0.611	-1.271	3.91
Bushing B	-5.954	-3.029	5.609	8.72
Bushing F	-149.653	89.235	-18.407	175.21
Rotule bras arrière	-3.83637	0.567	0.608	3.93
Rotule bras avant	0.095	0.651	-0.343	0.74
Rotule Bielle – châssis	-0.3754	0.156	-0.049	0.41
Rotule Bielle – Porte-moyeu	3.082	-0.278	0.07	3.10

Le premier constat au vu de ces résultats est que la localisation de la liaison élastique F, au sommet de la jambe de force, n'est pas correctement calculée. Ceci s'explique par le fait qu'aucun mouvement de braquage n'a pu être imposé au porte-moyeu en l'absence de mécanisme de direction. Les mouvements de rotation autour de la jambe de force étant très faibles pour les positions observées du mécanisme, il n'est pas possible de calculer correctement un axe de rotation.

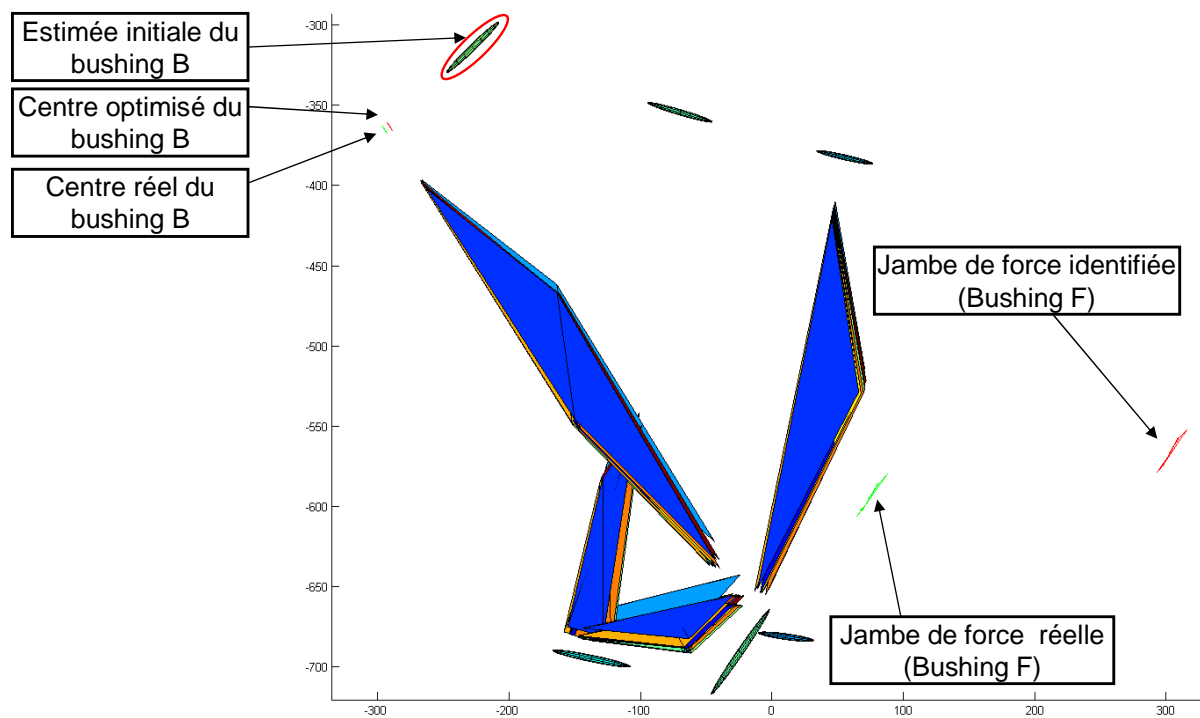


figure 3.9. Identification à partir de résultats expérimentaux sur K&C, vue de dessus

Toutes les autres liaisons sont calculées correctement à quelques millimètres près. On remarque en particulier que la liaison rotule qui lie le bras arrière au porte-moyeu (notée Rotule EA) et celle qui lie la bielle de direction au porte-moyeu (notée Rotule_Bielle_PM) sont localisés avec une différence de 3 mm par rapport aux résultats du chapitre précédent.

Pour juger de l'influence de la qualité de l'identification géométrique, un modèle élastocinématique est construit à partir de ces données, à l'exception du sommet de la jambe de force qui n'a pu être calculé. La figure 3.10 présente les épures cinématiques comparées de l'essieu réel tel que mesuré sur le banc K&C et du modèle obtenu par l'analyse du mouvement des pièces. Les graphiques présentés dans la figure 3.10-a, b et c montrent respectivement l'effort normal, le carrossage et la variation de voie en fonction du débattement vertical de la roue. Pour ces trois comportements, on observe une bonne corrélation.

Le graphique présentés dans la figure 3.10-d représente le braquage au cours du débattement vertical. Il fait apparaître une différence sensible entre le comportement réel et le comportement simulé par le modèle. On remarque que cette différence est plus petite que celle observée entre le comportement réel et le modèle élastocinématique constitué à partir de mesures réalisées sur essieu démonté et décrit au chapitre 2. L'amplitude du braquage observée est de 0.3 degrés sur l'essieu réel et 0.25 degrés sur le modèle identifié sans démontage. Cette amplitude est de 0.45 degrés sur le modèle constitué au chapitre 2.

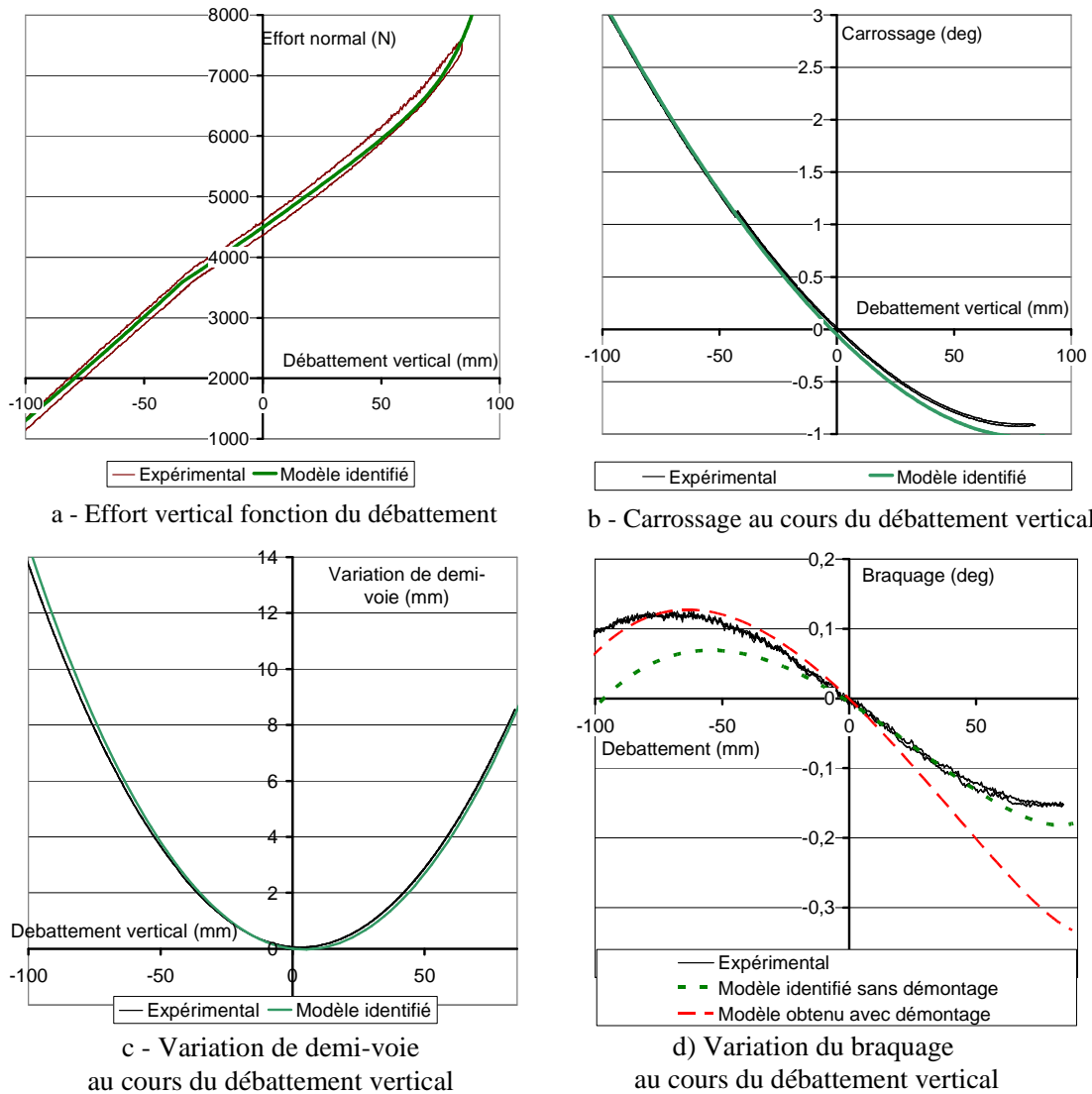


figure 3.10. Comparaison du comportement du modèle et de l'essieu réel au cours du débattement vertical de la roue

3.3.4. Validation expérimentale sur banc de direction

Pour s'assurer de l'intérêt pratique de la méthode, une deuxième validation expérimentale a été menée sur l'essieu avant d'un véhicule complet. Les mesures sont réalisées pour localiser les liaisons sur le côté gauche de l'essieu.

Cet essieu est du type pseudo McPherson. On considère 6 pièces indépendantes : le châssis, le triangle, la bielle de direction, le porte-moyeu, la barre anti-roulis et l'attache de barre anti-roulis. Ces éléments sont visibles sur la photo de la figure 3.11 Sur chacune de ces pièces, 4 amers sont positionnés afin de pouvoir mesurer leur position en utilisant un bras de mesure.

Pour réaliser les mesures, le véhicule a été amené sur un banc de direction. Ce type de banc a la particularité d'être équipé de plaques à billes sous les roues afin de pouvoir braquer les roues du véhicule sans générer d'efforts latéraux ou longitudinaux.

Pour augmenter l'accessibilité et ainsi faciliter les mesures, la roue avant gauche du véhicule est remplacée par une fausse roue. Il s'agit d'une pièce

métallique qui est fixée sur le moyeu et dont la longueur est ajustée pour correspondre au rayon écrasé de la roue qui est remplacée.

Dans un premier temps, le véhicule est lesté conformément au cas de charge de référence : deux fois 75 Kg de lest sont placés sur les sièges avant. Afin d'empêcher le châssis de se déplacer durant les mesures, des cales réglables sont positionnées sous le châssis et un lest supplémentaire est posé sur le véhicule (figure 3.12).

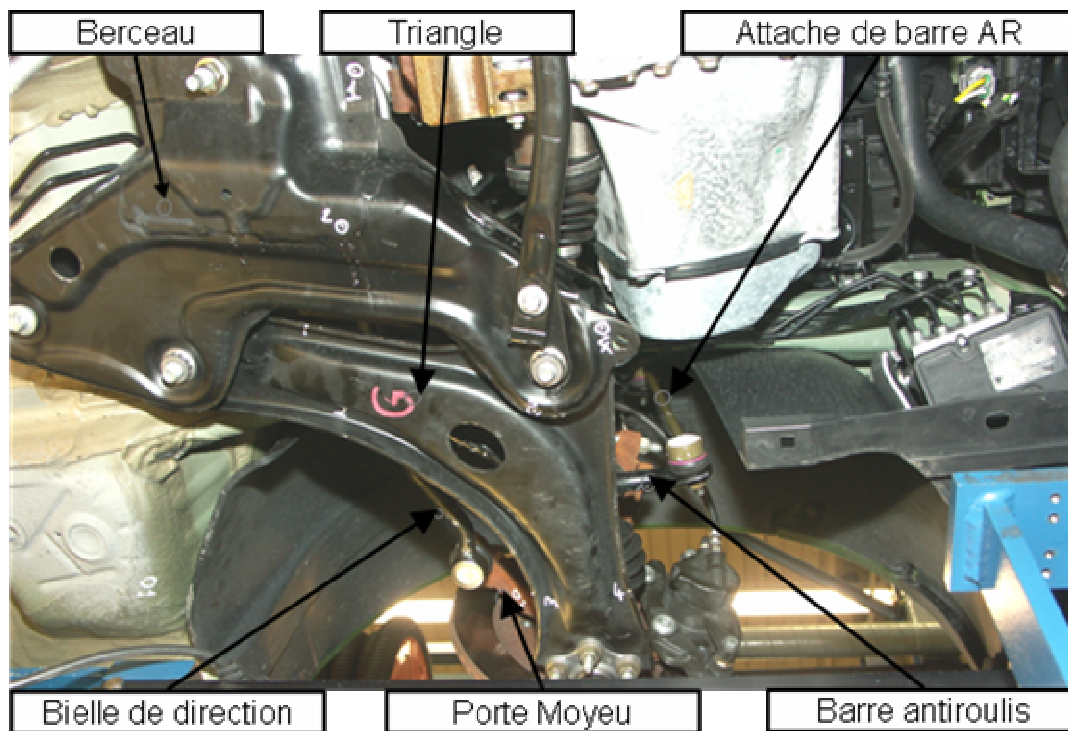


figure 3.11. Détails des pièces de la suspension.

Le bras de mesure tridimensionnel est ensuite fixé sur le banc, sous le véhicule (figure 3.13). Avant de réaliser les mesures, on s'assure que le braquage des roues est nul. Le référentiel de mesure est défini conformément à la convention décrite dans la section 3.1. La mesure de position des amers pour la position de référence du véhicule est alors réalisée. Les résultats de ces mesures sont enregistrés dans un fichier IGES.

Ensuite, la position des amers est mesurée pour huit cas de charges distincts appliqués à l'essieu :

- À l'assiette de référence, avec un braquage à droite, puis à gauche.
- En soulevant le châssis de 75 mm, avec un braquage nul, puis à droite, puis à gauche.
- En abaissant le châssis de 33 mm, avec un braquage nul, puis à droite, puis à gauche.

L'analyse de ces mesures nous permet de calculer la localisation et l'orientation des liaisons. Les résultats de ces calculs sont donnés dans le Tableau 3.3. Des mesures complémentaires réalisées selon la méthode décrite au chapitre 2 ont permis de vérifier la validité de ces résultats.



figure 3.12. Placement du véhicule sur le banc de mesure.

Seule la liaison élastique au sommet de la jambe de force n'est pas localisée correctement. L'axe de la jambe de force est calculé correctement, mais la liaison élastique qui assure sa fixation au châssis n'est pas calculée à la bonne hauteur. La localisation théorique de cette liaison en Z est de 810 mm, alors que la hauteur calculée est de 760 mm.

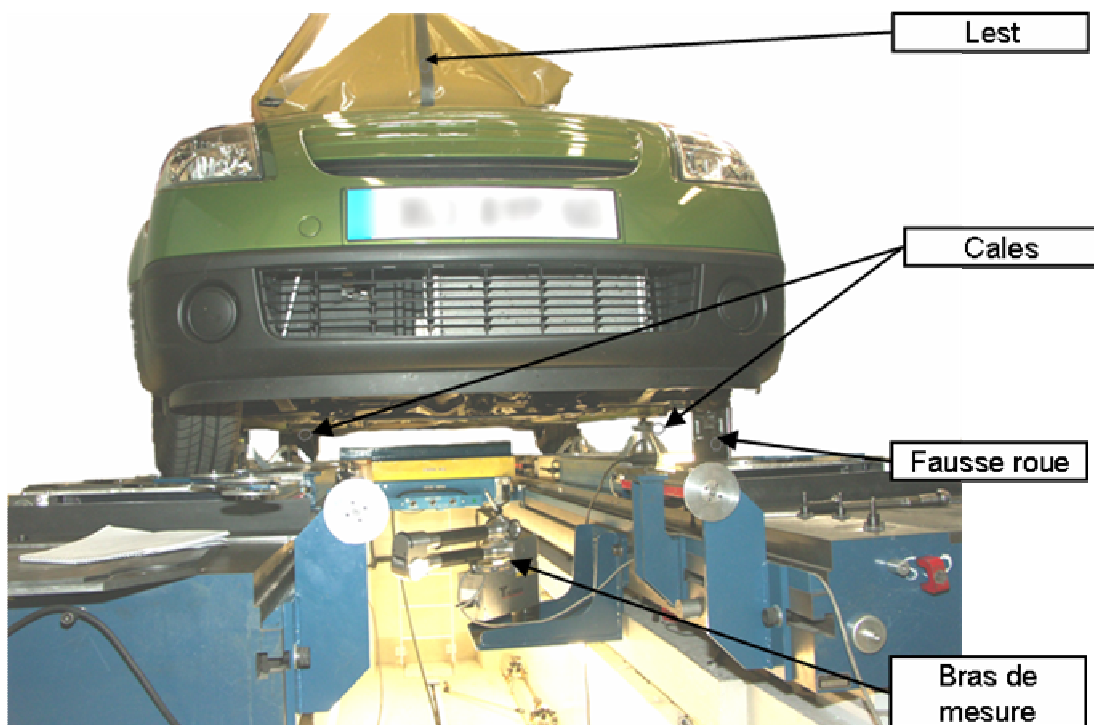


figure 3.13. Positionnement du bras de mesure sous le véhicule.

Cette liaison, située au sommet de la suspension, est éloignée des amers qui permettent de calculer le déplacement des pièces, positionnés sur la partie inférieure de la suspension. Cette distance augmente l'influence de l'incertitude de mesure et réduit la précision du calcul du déplacement relatif du sommet de la jambe de force par rapport au châssis. De plus, la liaison cylindrique entre le porte-moyeu et la jambe de force est considérée parfaite et la jambe de force est supposée indéformable. En réalité, une flexion de la jambe de force peut apparaître, faussant ainsi le calcul du centre de liaison.

Tableau 3.3. Résultats de l'identification géométrique sur véhicule complet

			Centre de liaison		
Pièce S1	Pièce S2	Type de liaison	X	Y	Z
Triangle	Porte-moyeu	Rotule	-7,91	-678,26	183,22
Bielle de direction	Porte-moyeu	Rotule	123,46	-658,40	269,37
Attache BAR	Porte-moyeu	Rotule	-21,97	-524,63	567,92
Attache BAR	Barre Antiroulis	Rotule	-101,50	-484,74	236,46
Bielle de direction	Crémaillère	Rotule	174,59	-305,51	275,20
Jambe de force	Châssis	Elastique	26,31	-563,21	759,99
Triangle	Châssis	2 Elastiques (Pivot)	177,00	-351,03	195,11
Barre anti-roulis	Châssis	2 Elastiques (Pivot)	113,30	-453,73	250,19

			Axe de liaison (vecteur directeur)		
Pièce S1	Pièce S2	Type de liaison	X	Y	Z
Jambe de force	Porte-moyeu	Cylindrique	-0,020	-0,050	0,999
Triangle	Châssis	2 Elastiques (Pivot)	0,997	0,081	0,009
Barre anti-roulis	Châssis	2 Elastiques (Pivot)	-0,028	1,000	0,003
Crémaillère	Châssis	prismatique	0,000	1,000	0,000

Pour juger de la qualité de la géométrie ainsi calculée, un modèle élastocinématique est défini à partir de données du Tableau 3.3, à l'exception du sommet de la jambe de force et des rigidités nominales des liaisons élastiques et ressorts. Le comportement de ce modèle est comparé au comportement mesuré de l'essieu sur banc K&C. Les graphiques de la figure 3.14 représentent le comportement de la roue au cours d'un mouvement de débattement vertical.

La figure 3.14-a représente l'effort vertical appliqué à la roue en fonction de son déplacement vertical. Ce comportement dépend essentiellement des paramètres de raideurs du ressort de suspension et des butées de détente et de compression.

La figure 3.14-b et c représentent respectivement l'angle de carrossage et la variation de demi-voie en fonction du débattement vertical. On constate ici que le modèle reproduit correctement le comportement de l'essieu réel. Les différences observées entre modèle et réalité restent petites (inférieures à 10%) face au comportement global.

La figure 3.14-d présente la variation d'angle de braquage en fonction du débattement vertical. Là encore, le modèle reproduit fidèlement le comportement

de l'essieu réel. La différence entre modèle et réalité est bien plus faible dans cette application que sur l'essieu étudié dans la section précédente pour deux raisons.

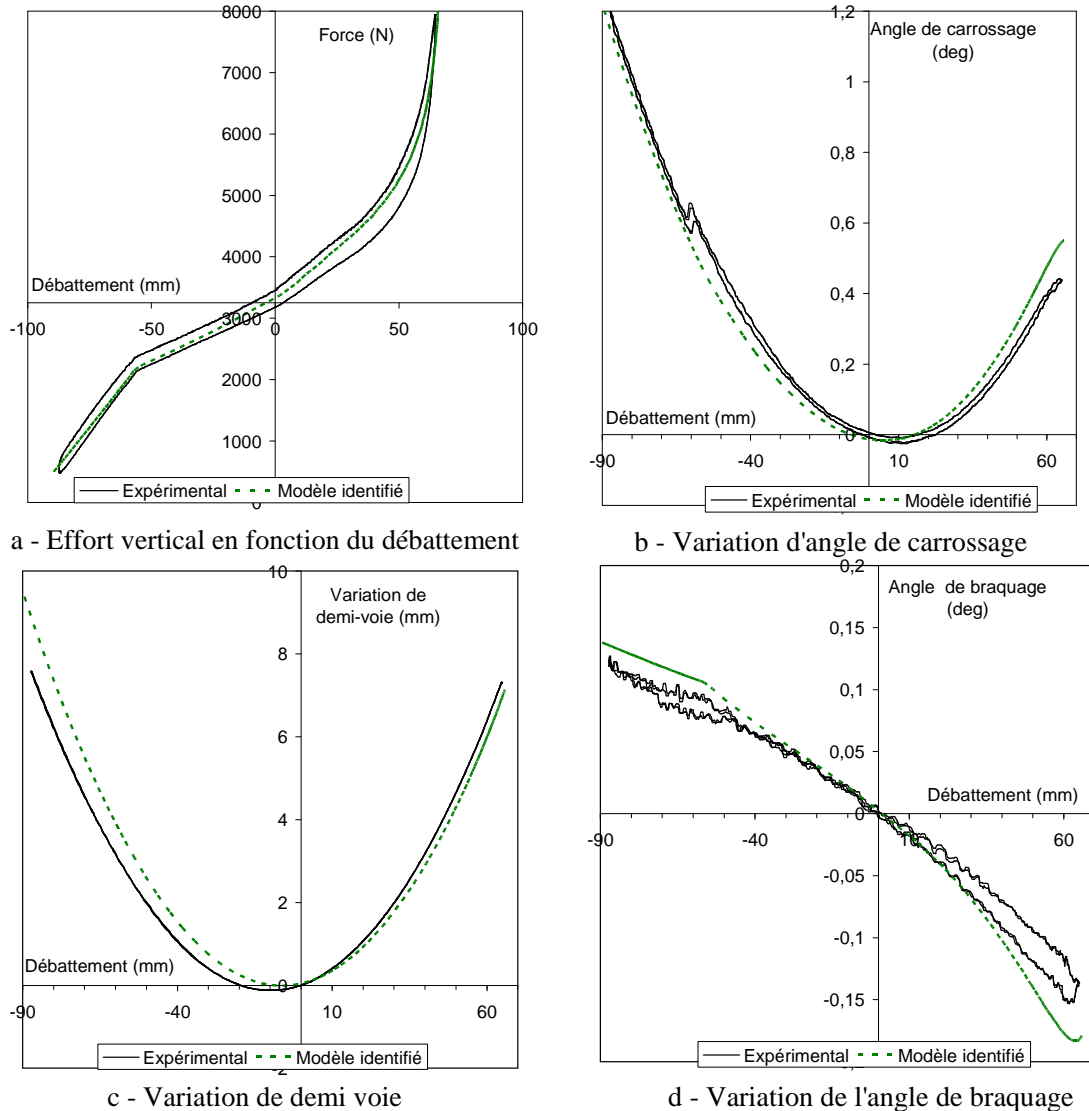


figure 3.14. Comparaison du comportement du modèle et de l'essieu réel au cours du débattement vertical de la roue.

Tout d'abord la structure cinématique de cet essieu est plus simple, réduisant ainsi le nombre de liaisons à localiser. Ensuite l'utilisation du système de direction permet d'observer des déplacements relatifs de pièces plus importants et variés. La localisation des liaisons est ainsi plus précise.

3.4. Conclusion

Dans ce chapitre, une méthode d'identification est développée qui permet de déterminer la géométrie d'un mécanisme de suspension par la seule observation du déplacement des pièces du mécanisme en fonctionnement. Cette méthode permet de construire un modèle élastocinématique d'un mécanisme de liaison au sol sans avoir à le démonter.

L'utilisation de points de référence positionnés sur les pièces du mécanisme et d'un bras de mesure tridimensionnel permet de calculer le déplacement de chaque pièce entre une position de référence et un ensemble de positions variées

de l'essieu. Le formalisme des opérateurs homogènes est utilisé pour représenter le déplacement des pièces et pour calculer le déplacement relatif entre pièces.

L'analyse de ce mouvement relatif permet de déterminer la position et l'orientation de la liaison connectant ces deux pièces. Pour chaque type de liaison rencontré dans les mécanismes de liaisons au sol, une méthode de calcul spécifique est proposée. L'identification des liaisons cinématique est réalisée de manière directe à partir d'un système d'équations, tandis que la présence de liaisons élastiques nécessite le calcul de solutions approchées de manière itérative.

La validité des méthodes proposées est testée tout d'abord de manière numérique puis expérimentalement sur deux essieux différents. On vérifie ainsi que la géométrie identifiée à partir de ces méthodes permet de modéliser fidèlement les mécanismes de liaison au sol et de reproduire précisément leur comportement cinématique. La comparaison du comportement de ces modèles avec le comportement des essieux réels mesurés sur banc K&C permet de juger de la qualité des modèles ainsi obtenus. On constate que l'identification par analyse du mouvement (sans démontage) permet de définir un modèle dont le comportement est aussi réaliste qu'un modèle dont la géométrie est obtenue avec démontage et mesure directe des dimensions des pièces.

La seule liaison qui n'a pu être identifiée expérimentalement par l'analyse du mouvement de pièces est le sommet de la jambe de force présente sur les suspensions du type McPherson. Des mesures supplémentaires sont alors nécessaires pour déterminer la position de ce point.

Pour définir un modèle complet d'un mécanisme de liaison au sol, la géométrie n'est pas suffisante. Il est aussi nécessaire de connaître les paramètres de rigidité. Là encore, si on ne souhaite pas démonter le mécanisme il est nécessaire de réaliser l'identification de ces paramètres. Le déplacement des pièces mesurées grâce aux amers peut être utilisé dans ce but. C'est cet objectif qui sera poursuivi dans le chapitre suivant.

4. Identification directe des paramètres de rigidité

Nous avons vu dans le chapitre précédent que l'analyse du mouvement des pièces d'un mécanisme nous permet d'identifier sa géométrie. Toutefois, la connaissance de la géométrie ne suffit pas pour modéliser correctement un mécanisme de liaison au sol. En effet les liaisons élastiques, nombreuses dans les suspensions automobiles, jouent un rôle significatif sur le comportement de la liaison au sol et donc sur le comportement routier du véhicule.

Dans les chapitres précédents, nous avons supposé connus les paramètres de rigidités qui définissent la relation entre les efforts appliqués sur une liaison et ses déformations. Ces paramètres peuvent être obtenus soit par des données du constructeur, soit par caractérisation expérimentale. Cette dernière option nécessite de démonter complètement l'essieu et de faire subir à la liaison élastique des tests de traction et de torsion.

Cependant il est nécessaire d'envisager une nouvelle méthode de détermination des paramètres de rigidité si on souhaite construire le modèle élastocinématique d'une liaison au sol sans information du constructeur et sans avoir à démonter le mécanisme.

L'objectif de ce chapitre est de calculer, à partir des équations du mouvement du mécanisme, les paramètres de rigidités qui correspondent au comportement observé du mécanisme. Comme on souhaite réaliser ce calcul de manière semi-automatique pour différents types de mécanismes, on privilégie l'expression des équations du mouvement selon le formalisme de la mécanique analytique de Lagrange. L'utilisation des équations du mouvement en régime statique est la plus adaptée car cela permet de s'affranchir de nombreux paramètres inconnus (inertie, amortissement ...). De plus, les moyens de caractérisation des essieux (banc K&C) et de mesure (MMT portable) que l'on souhaite utiliser pour réaliser cette identification ne permettent pas de réaliser des observations dans le domaine dynamique.

C'est pourquoi on propose ici une méthode d'identification des paramètres de rigidité basée sur l'observation des positions d'équilibres d'un mécanisme de liaison au sol soumis à différents cas de charges (forces appliquées en base de roue). Des amers positionnés sur chaque pièce du mécanisme permettent de calculer la position et l'orientation des pièces pour chaque cas de charge.

A partir de la connaissance de la géométrie du mécanisme et des positions d'équilibre, il est possible de décrire l'état du système par un ensemble de paramètres généralisés. On peut alors calculer la dérivée de la position et de l'orientation de chaque liaison par ces paramètres. Ces dérivées permettent alors d'exprimer les composantes généralisées des forces extérieures, des forces intérieures engendrées par les liaisons élastiques ainsi que la dérivée des équations des liaisons cinématiques. Les paramètres de rigidités peuvent alors être identifiés par résolution d'un système d'équations. Cette démarche est schématisée dans la figure 4.1.

Dans ce chapitre, on présente tout d'abord le formalisme utilisé pour établir les équations d'équilibre statique d'un mécanisme. Ensuite sont présentées la

méthode et les hypothèses permettant d'isoler l'ensemble des paramètres de rigidités du mécanisme dans un vecteur d'inconnues, afin de poser le problème d'identification sous la forme d'un système d'équations linéaires.

Afin de tester cette méthode, un programme a été réalisé et testé de manière numérique sur différents types de mécanismes. Enfin, une validation expérimentale est proposée sur un essieu de type pseudo McPherson.

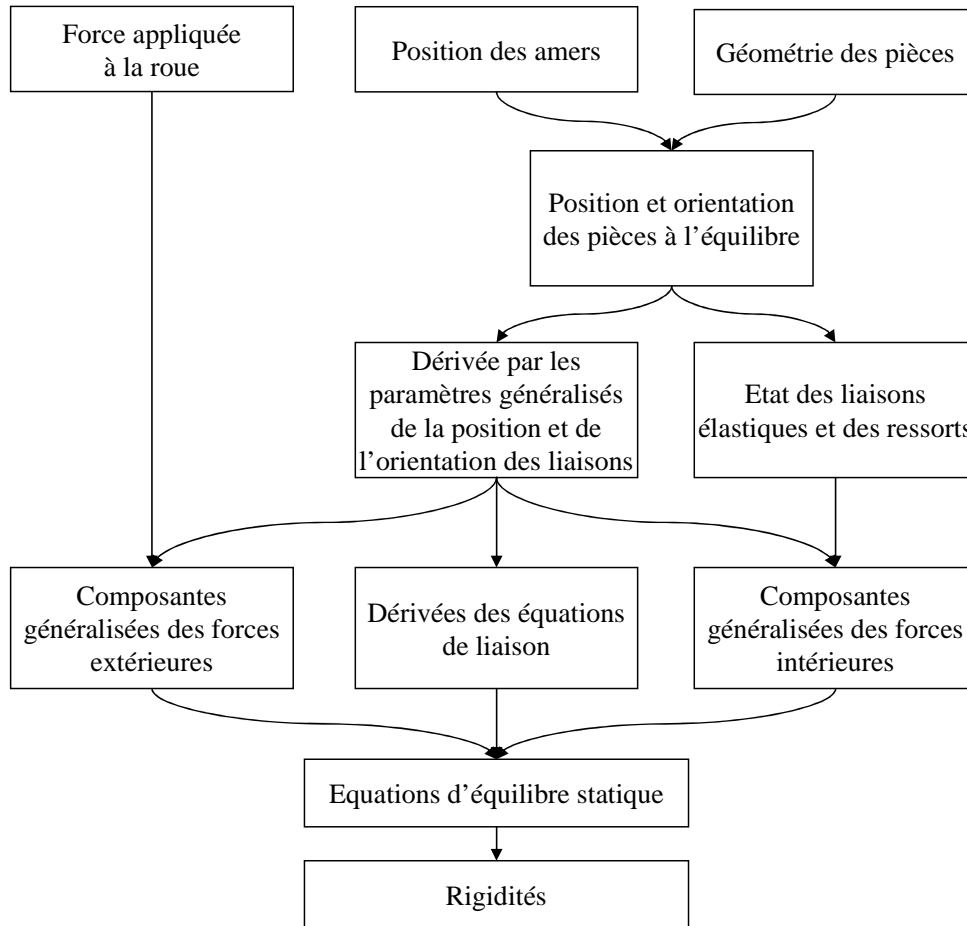


figure 4.1. Principales étapes de la méthode d'identification directe des paramètres de rigidité.

4.1. Équations d'équilibre statique d'un mécanisme

On souhaite ici proposer une méthode d'identification qui soit indépendante de la structure cinématique du mécanisme considéré. C'est pourquoi, pour établir les équations d'équilibre du mécanisme, on a recours au formalisme de la mécanique analytique.

Ce formalisme est généralement employé dans les logiciels de modélisation multicorps pour simuler le comportement de tout type de mécanisme polyarticulé. Cependant ces outils logiciels ne sont pas conçus pour résoudre un problème d'identification de rigidités. Les paramètres de rigidités étant considérés comme des paramètres d'entrée, le logiciel de simulation calcule le mouvement des pièces en réponse à un chargement (force ou déplacement imposé).

4.1.1. Description géométrique du mécanisme

Pour décrire de manière exhaustive la géométrie d'un mécanisme, il faut indiquer la position et l'orientation de chaque liaison sur chacune des deux pièces

liées. Au chapitre 2, nous avons décrit la position et l'orientation d'une liaison élastique sur les pièces en définissant un repère local à la liaison sur chacune des deux pièces (noté R_i et R_j à la figure 2.11).

Pour établir de manière systématique les équations d'équilibre, cette description est généralisée à tout type de liaison. Ainsi, à toute liaison entre les pièces $S1$ et $S2$ seront associés deux repères R_i et R_j . L'origine de chaque repère correspond au centre de la liaison sur chacune des pièces. La géométrie fonctionnelle de chaque pièce est donc définie par la position et l'orientation du repère de la liaison par rapport au repère local de la pièce. Dans notre exemple, représenté en figure 4.2, la position et l'orientation de la liaison sur la pièce $S1$ est définie par l'opérateur homogène $[A_{Ri/Rs1}]$ et la position de la liaison sur la pièce $S2$ est donnée par $[A_{Rj/Rs2}]$.

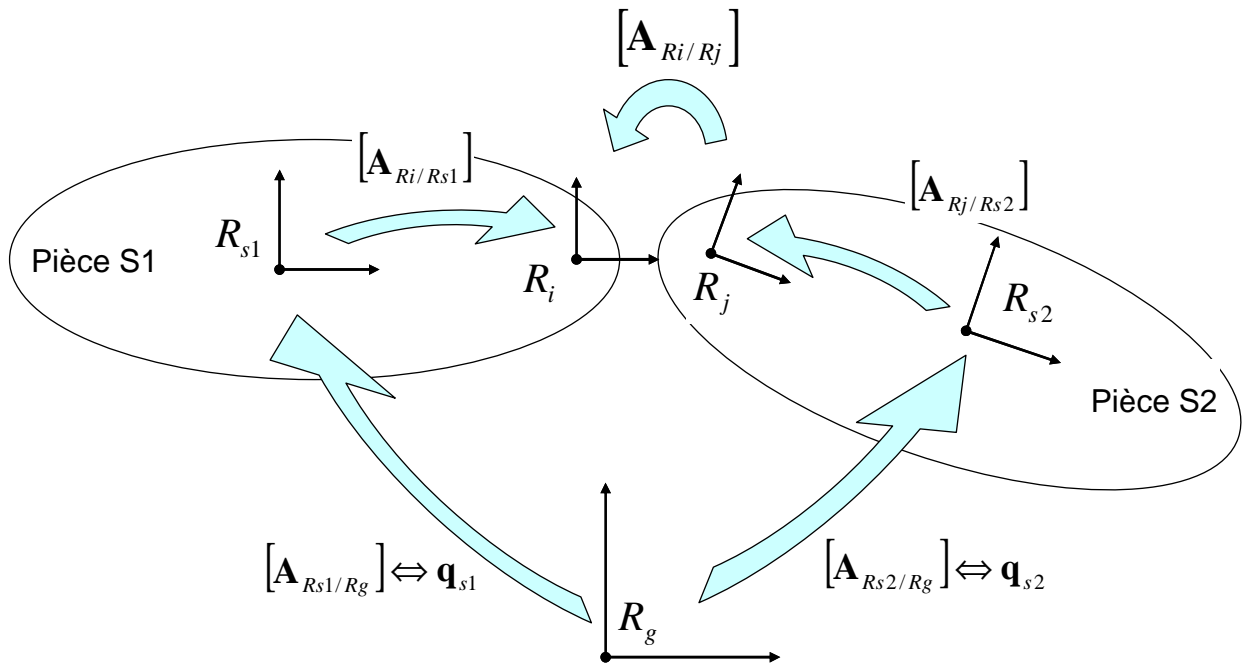


figure 4.2. Description de la positions et de l'orientation d'une liaison dans un mécanisme.

De la même manière, on définit un repère local en chaque point d'application d'une force et pour chaque point d'appui d'un ressort.

4.1.2. Paramètres généralisés

Pour décrire l'état d'un mécanisme, il faut déterminer la position de chaque pièce mobile du mécanisme par rapport au référentiel global R_g . Pour cela on associe un repère local R_s à chaque pièce dont la position et l'orientation peut être représentée par l'opérateur homogène :

$$A_{Rs/Rg} = \begin{bmatrix} 1 & | & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{T}_{Rs/Rg} & | & \mathbf{R}_{Rs/Rg} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Afin d'écrire les équations d'équilibre du mécanisme, il est nécessaire de décrire la position et l'orientation des pièces en utilisant six paramètres indépendants.

Pour définir la position d'une pièce, on utilisera les 3 coordonnées cartésiennes x_s, y_s, z_s qui définissent la position de l'origine de R_s dans R_g :

$$\mathbf{T}_{R_s/R_g} = \begin{bmatrix} x_s & y_s & z_s \end{bmatrix}^T \quad (4.2)$$

Pour définir l'orientation de cette même pièce plusieurs possibilités existent. Dans les chapitres précédents, on a utilisé la matrice de rotation, incluse dans chaque opérateur homogène. Cette formulation n'est pas adaptée à notre problème car la matrice est constituée de 9 scalaires non indépendants :

$$\mathbf{R}_{R_s/R_g} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Ces termes redondants ne peuvent pas être utilisés comme paramètres généralisés. Un autre formalisme courant consiste à donner trois angles de rotations successives, nommés angles d'Euler, suivant une séquence d'axes prédéfinie (z-x'-z" par exemple). Cette description a l'avantage d'être assez intuitive mais n'est pas adaptée au calcul de la position d'équilibre d'un mécanisme. En effet, l'expression de l'orientation à partir des angles d'Euler aboutit à des singularités lorsque l'on calcule la dérivée de l'orientation par ces paramètres.

C'est pourquoi il est préférable d'utiliser les paramètres d'orientation de Rodrigues. On considère que l'orientation de R_s par rapport à R_g correspond à une rotation d'angle θ autour d'un axe ayant comme vecteur unitaire $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \end{bmatrix}_{R_g}^T$ alors, les trois paramètres de Rodrigues b_1, b_2, b_3 sont définis par :

$$\begin{aligned} b_1 &= u_x \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ b_2 &= u_y \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ b_3 &= u_z \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Si on connaît la matrice de rotation \mathbf{R}_{R_s/R_g} , le vecteur unitaire \mathbf{u} et l'angle de rotation θ équivalents sont donnés par :

$$\begin{aligned} \theta &= \cos^{-1}\left(\frac{\text{trace}(\mathbf{R}_{R_s/R_g}) - 1}{2}\right) \\ u_x &= \text{sign}(a_{32} - a_{23}) \sqrt{\frac{a_{11} - \cos \theta}{1 - \cos \theta}} \\ u_y &= \text{sign}(a_{13} - a_{31}) \sqrt{\frac{a_{22} - \cos \theta}{1 - \cos \theta}} \\ u_z &= \text{sign}(a_{21} - a_{12}) \sqrt{\frac{a_{33} - \cos \theta}{1 - \cos \theta}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Inversement, la matrice de rotation qui correspond à cette orientation s'exprime à partir des trois paramètres de Rodrigues b_1, b_2, b_3 selon l'expression suivante [GoC96]:

$$\mathbf{R}_{Rs/Rg} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 1+b_1^2-b_2^2-b_3^2 & 2b_1b_2-2b_3 & 2b_1b_3+2b_2 \\ 2b_1b_2+2b_3 & 1-b_1^2+b_2^2-b_3^2 & 2b_3b_2-2b_1 \\ 2b_1b_3-2b_2 & 2b_3b_2+2b_1 & 1-b_1^2-b_2^2+b_3^2 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

avec :

$$\Delta = 1+b_1^2+b_2^2+b_3^2 \quad (4.7)$$

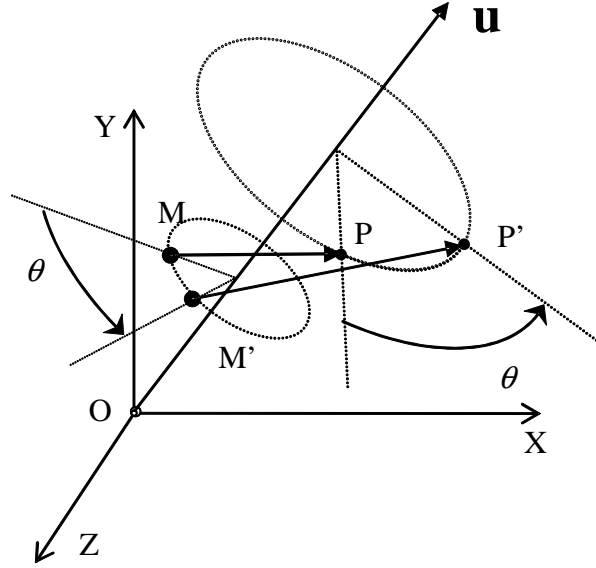


figure 4.3. Illustration d'une rotation définie par le vecteur \mathbf{u} et l'axe θ .

La figure 4.3 représente la rotation d'un angle θ autour de l'axe repéré par le vecteur unitaire \mathbf{u} . Lors de cette rotation, le point M devient le point M' et le point P devient le point P' .

L'ensemble des paramètres de position et d'orientation sont appelés paramètres généralisés du système. Ils décrivent complètement l'état du système dans la mesure où on considère que les vitesses et les accélérations des pièces sont nulles. Pour synthétiser les calculs qui suivent, on exprimera l'ensemble des paramètres généralisés du mécanisme sous la forme d'un vecteur :

$$\mathbf{q} = [q_1 \cdots q_n]^T \quad (4.8)$$

4.1.3. Vitesses généralisées

La vitesse généralisée d'un solide est la dérivée de sa position et de son orientation par rapport aux paramètres généralisés. Il ne faut pas confondre la vitesse généralisée avec la vitesse "réelle" qui est la dérivée par rapport au temps. Dans notre étude, la vitesse réelle est toujours nulle car on ne considère que des positions d'équilibre du mécanisme.

La vitesse de rotation généralisée du solide S par le paramètre q , exprimée dans le repère R_s , est définie par l'expression [JoHo2]:

$${}^q\boldsymbol{\Omega}_s = \left[\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial q} \cdot \mathbf{k} \quad \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial q} \cdot \mathbf{i} \quad \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial q} \cdot \mathbf{j} \right]^T \quad (4.9)$$

où $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ sont les vecteurs directeurs de R_s dont les composantes dans R_g sont données par la matrice de rotation $\mathbf{R}_{Rs/Rg}$.

$$\mathbf{R}_{Rs/Rg} = [\mathbf{i} \quad \mathbf{j} \quad \mathbf{k}] \Rightarrow \frac{\partial \mathbf{R}_{Rs/Rg}}{\partial q} = \left[\frac{\partial \mathbf{i}}{\partial q} \quad \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial q} \quad \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial q} \right] \quad (4.10)$$

La dérivée de ces vecteurs peut être déduite de l'expression de la matrice de rotation donnée dans l'équation (4.6). On a donc, en dérivant par les paramètres b_1 , b_2 et b_3 , les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{R}_{Rs/Rg}}{\partial b_1} &= -\frac{2b_1}{\Delta} \mathbf{R}_{Rs/Rg} + \frac{2}{\Delta} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_2 & -b_1 & -1 \\ b_3 & 1 & -b_1 \end{bmatrix} \\ \frac{\partial \mathbf{R}_{Rs/Rg}}{\partial b_2} &= -\frac{2b_2}{\Delta} \mathbf{R}_{Rs/Rg} + \frac{2}{\Delta} \begin{bmatrix} -b_2 & b_1 & 1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ -1 & b_3 & -b_2 \end{bmatrix} \\ \frac{\partial \mathbf{R}_{Rs/Rg}}{\partial b_3} &= -\frac{2b_3}{\Delta} \mathbf{R}_{Rs/Rg} + \frac{2}{\Delta} \begin{bmatrix} -b_3 & -1 & b_1 \\ 1 & -b_3 & b_2 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$

La dérivée de l'orientation par rapport aux paramètres de position, est nulle. L'ensemble des ces vecteurs vitesse de rotation composent la matrice $\boldsymbol{\Omega}_s$ de dimension $3 \times n$, dérivée de l'orientation de la pièce S par tous les paramètres généralisés du mécanisme :

$$\boldsymbol{\Omega}_s = \begin{bmatrix} {}^{q1}\boldsymbol{\Omega}_s & \dots & {}^{qn}\boldsymbol{\Omega}_s \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

La vitesse généralisée de l'origine du repère R_j appartenant au solide $S2$ est la dérivée de la position de ce repère par rapport aux paramètres généralisés. La dérivée par les paramètres de position est immédiate :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial x_{s2}} &= [1 \quad 0 \quad 0]^T \\ \frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial y_{s2}} &= [0 \quad 1 \quad 0]^T \\ \frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial z_{s2}} &= [0 \quad 0 \quad 1]^T \end{aligned} \quad (4.13)$$

La dérivée de la position de R_j par rapport aux paramètres d'orientation du solide $S2$ dépend la position de R_j par rapport à R_{s2} . On utilise alors le vecteur vitesse de rotation généralisée calculé précédemment. On a par exemple :

$$\frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial b_1} = \mathbf{R}_{Rs2/Rg} \left({}^{b1}\boldsymbol{\Omega}_{s2} \times \mathbf{T}_{Rj/Rs2} \right). \quad (4.14)$$

Il est nécessaire d'utiliser la matrice de rotation $\mathbf{R}_{Rs2/Rg}$ afin d'obtenir l'expression de la vitesse généralisée dans le repère global, $\boldsymbol{\Omega}_{s2}$ et $\mathbf{T}_{Rj/Rs2}$ étant exprimés dans le repère pièce. D'une manière plus générale, on a :

$$\frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \mathbf{T}_{Rs2/Rg}}{\partial \mathbf{q}} - \mathbf{R}_{Rs2/Rg} \left(\mathbf{T}_{Rj/Rs2}^\times \boldsymbol{\Omega}_{s2} \right). \quad (4.15)$$

Dans cette expression le terme $\mathbf{T}_{Rj/Rs}^\times$ représente la matrice antisymétrique du pré-produit vectoriel par le vecteur $\mathbf{T}_{Rj/Rs}$:

$$\mathbf{T}_{Rj/Rs2}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -T_{zj} & T_{yj} \\ T_{zj} & 0 & -T_{xj} \\ -T_{yj} & T_{xj} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

A cette étape du calcul, on considère le mouvement des pièces en toute généralité, indépendamment des contraintes introduites par les liaisons. Les dérivées de la position et de l'orientation d'une pièce par les paramètres généralisés d'une autre pièce sont nulles. Afin d'exprimer complètement la vitesse généralisée sous la forme d'un terme unique, on concatène les termes $\frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial \mathbf{q}}$ et $\boldsymbol{\Omega}_{s2}$ pour former une matrice :

$$\mathbf{V}_{Rj} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial \mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{s2} \end{bmatrix}. \quad (4.17)$$

4.1.4. Composantes généralisées d'une force et d'un moment

Soit un effort exercé sur la pièce S2 dont la résultante et le moment à l'origine O_j du repère R_j s'expriment par :

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= [F_x \quad F_y \quad F_z]^T \\ \mathbf{M}_{Oj} &= [M_x \quad M_y \quad M_z]^T \end{aligned} \quad (4.18)$$

Les composantes généralisées de cet effort sont définies par :

$$\mathbf{Q} = \frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{F} + \boldsymbol{\Omega}_{s2} \mathbf{M}_{Oj} = \mathbf{V}_{Rj}^T \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Ces composantes généralisées permettent d'exprimer le travail élémentaire dW de cet effort pour tout déplacement élémentaire du mécanisme défini par une variation des paramètres généralisés $d\mathbf{q}$:

$$dW = d\mathbf{q}^T \mathbf{Q} \quad (4.20)$$

4.1.5. Equations de liaison

Les liaisons cinématiques d'un mécanisme se traduisent par m équations liant ces paramètres généralisés. On note ces équations :

$$\begin{aligned}\Phi_1(\mathbf{q}) &= 0 \\ \vdots \\ \Phi_m(\mathbf{q}) &= 0\end{aligned}\tag{4.21}$$

Pour que le mécanisme ne soit pas hyperstatique, il faut qu'il y ait moins d'équations de liaisons que de paramètres généralisés, c'est-à-dire que l'on vérifie $m \leq n$. L'ensemble de ces équations peut être exprimé sous forme matricielle par :

$$\Phi(\mathbf{q}) = \mathbf{0}\tag{4.22}$$

A titre d'exemple, on considère une liaison sphérique entre les pièces S_1 et S_2 dont les centres sont donnés par l'origine des repères R_i et R_j . Cette liaison permet d'établir trois équations de liaisons qui correspondent à la coïncidence de l'origine des deux repères:

$$[\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \Phi_3]^T = \mathbf{T}_{R_i/R_g} - \mathbf{T}_{R_j/R_g}\tag{4.23}$$

Les vecteurs de position des deux points dans le repère global dépendent de la position et de l'orientation des pièces et donc des paramètres généralisés \mathbf{q} . Ces équations sont alors dérivables par les paramètres généralisés. Pour notre exemple on a :

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} ([\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \Phi_3]^T) = \frac{\partial \mathbf{T}_{R_i/R_g}}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial \mathbf{T}_{R_j/R_g}}{\partial \mathbf{q}}\tag{4.24}$$

Cette relation nous permet de constater que la dérivée des équations de liaisons peut s'exprimer en fonction de la vitesse généralisée des centres de liaisons calculée précédemment. En généralisant cette relation à toutes les équations et à tous les paramètres généralisés on construit la matrice Φ_q , dérivée des équations de liaison par rapport aux paramètres généralisés:

$$\Phi_q = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial \Phi_1}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Phi_m}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial \Phi_m}{\partial q_n} \end{bmatrix}\tag{4.25}$$

Cet opérateur nous permet de déterminer, pour une position donnée du mécanisme, les mouvements compatibles avec les liaisons cinématiques. Un déplacement élémentaire défini par le vecteur $d\mathbf{q}$ est compatible avec les liaisons cinématiques si la nouvelle position du mécanisme, définie par $\mathbf{q} + d\mathbf{q}$ vérifie les équations de liaisons : $\Phi(\mathbf{q} + d\mathbf{q}) = 0$. Autrement dit, le vecteur $d\mathbf{q}$ doit vérifier :

$$\Phi_q d\mathbf{q} = 0.\tag{4.26}$$

4.1.6. Efforts dans les ressorts

Un ressort fixé sur la pièce S_1 à l'origine du référentiel local R_i et sur la pièce S_2 à l'origine du référentiel local R_j engendre une force exercée par la pièce S_1 sur la pièce S_2 telle que schématisée dans la figure 4.4. Si le ressort a un comportement linéaire, caractérisé par la rigidité K , cette force se calcule comme suit :

$$\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = -K \cdot \mathbf{T}_{R_i / R_j} + K \cdot L_0 \frac{\mathbf{T}_{R_i / R_j}}{\|\mathbf{T}_{R_i / R_j}\|}, \quad (4.27)$$

avec K raideur du ressort et L_0 longueur à vide du ressort. La force exercée par la pièce S_2 sur la pièce S_1 à l'origine du référentiel local R_i est l'opposée de la précédente:

$$\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = -\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} \quad (4.28)$$

On peut en déduire une expression des composantes généralisées des forces engendrées par le ressort :

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\text{ressort}} &= \left(\frac{\partial \mathbf{T}_{R_i / R_g}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} + \left(\frac{\partial \mathbf{T}_{R_j / R_g}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} \\ &= \left(\left(\frac{\partial \mathbf{T}_{R_i / R_g}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T - \left(\frac{\partial \mathbf{T}_{R_j / R_g}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \right) \mathbf{F}_{1 \rightarrow 2}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

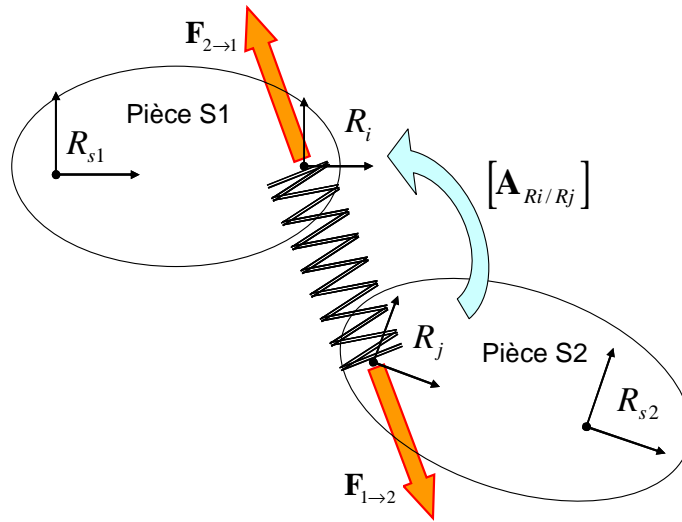


figure 4.4. Force exercée entre deux pièces par un ressort.

4.1.7. Efforts dans les liaisons élastiques

Soit une liaison élastique liant les pièces S_1 et S_2 . Leurs positions et orientations sont définies par les paramètres \mathbf{q} . Lors du déplacement des pièces, la liaison élastique subit une déformation. Cette déformation est caractérisée par le

déplacement relatif du repère local R_i par rapport à R_j . Ce déplacement est représenté par l'opérateur homogène $[A_{Ri/Rj}]$.

Cet opérateur nous permet de déterminer un état de déformation de la liaison sous la forme d'un vecteur de déformation en translation δ_T et de trois angles de rotation regroupés dans δ_R :

$$\begin{aligned}\delta_T(\mathbf{q}) &= [T_x \quad T_y \quad T_z]^T = \mathbf{T}_{Ri/Rj} \\ \delta_R(\mathbf{q}) &= [A_x \quad A_y \quad A_z]^T\end{aligned}\quad (4.30)$$

Les composantes de δ_R sont calculées à partir de la matrice de rotation $\mathbf{R}_{Ri/Rj}$ selon l'équation 2.29. A cet état de déformation correspond un effort exercé par la pièce $S1$ sur la pièce $S2$ qui dépend des paramètres de rigidités de la liaison. Cet effort est modélisé par une force et un moment appliqué au centre de la liaison sur la pièce $S2$, c'est-à-dire à l'origine O_j du repère R_j . Si on suppose que le comportement des liaisons élastiques du système est linéaire et découplé, la matrice de l'application linéaire qui lie les efforts aux déformations est diagonale. Ce qui donne:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} &= \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \mathbf{K}_T \delta_T = \begin{bmatrix} K_{Tx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{Ty} & 0 \\ 0 & 0 & K_{Tz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \\ \mathbf{M}_{1 \rightarrow 2, Oj} &= \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \mathbf{K}_R \delta_R = \begin{bmatrix} K_{Rx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{Ry} & 0 \\ 0 & 0 & K_{Rz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.31)$$

Il faut aussi considérer l'effort exercé par la pièce S_2 sur la pièce S_1 , appliqué à l'origine O_i du référentiel local R_i :

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} &= -\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} \\ \mathbf{M}_{2 \rightarrow 1, Oi} &= -\mathbf{M}_{1 \rightarrow 2, Oj} - \mathbf{T}_{Ri/Rj} \times \mathbf{F}_{1 \rightarrow 2}\end{aligned}\quad (4.32)$$

On peut alors calculer les composantes généralisées des efforts engendrés par la liaison élastique :

$$\mathbf{Q}_{Elast} = \left(\left(\frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T - \left(\frac{\partial \mathbf{T}_{Ri/Rg}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T - \boldsymbol{\Omega}_{S1} \mathbf{T}_{Ri/Rj}^\times \right) \mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} + (\boldsymbol{\Omega}_{S2} - \boldsymbol{\Omega}_{S1}) \mathbf{M}_{1 \rightarrow 2, Oj}. \quad (4.33)$$

4.1.8. Efforts extérieurs appliqués au système

La position d'équilibre d'un mécanisme dépend des efforts extérieurs qui lui sont appliqués. Dans le cas d'un mécanisme de suspension automobile, on s'intéressera essentiellement aux efforts appliqués à la roue.

D'une manière générale, on considère un effort extérieur défini par la force \mathbf{F}_{ext} et le moment \mathbf{M}_{ext} appliqués à l'origine du repère R_i appartenant à la pièce S_1 . Les composantes généralisées de cet effort se calculent comme indiqué dans la section 4.1.4:

$$\mathbf{Q}_{ext} = \mathbf{V}_{Rj}^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext} \\ \mathbf{M}_{ext} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

4.1.9. Equations d'équilibre statique

Une position d'équilibre d'un mécanisme est une position définie par un jeu de paramètres généralisés \mathbf{q}_{eq} qui vérifie les équations de liaisons :

$$\Phi(\mathbf{q}_{eq}) = 0, \quad (4.35)$$

et qui réalise un minimum de l'énergie potentielle de l'ensemble des forces, internes et externes, qui s'exercent sur ce mécanisme. Ceci implique que, à l'équilibre, tout déplacement élémentaire $d\mathbf{q}$ entraîne un travail élémentaire nul de l'ensemble des forces du mécanisme :

$$\begin{aligned} \forall d\mathbf{q} \in IR^n \quad d\mathbf{q}^T (\mathbf{Q}_{ext} + \mathbf{Q}_{Elast} + \mathbf{Q}_{Re\,ssort} + \Phi_q^T \lambda) &= 0 \\ \Leftrightarrow \mathbf{Q}_{ext} + \mathbf{Q}_{Elast} + \mathbf{Q}_{Re\,ssort} + \Phi_q^T \lambda &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Dans cette expression le vecteur inconnu λ des multiplicateurs de Lagrange permet de prendre en compte les efforts internes aux liaisons cinématiques du mécanisme.

Le calcul de la position d'équilibre du mécanisme, c'est-à-dire la détermination des paramètres généralisés \mathbf{q}_{eq} , est un problème d'optimisation non linéaire sous contrainte. La résolution d'un tel problème est donc réalisée de manière itérative. Différentes méthodes de résolution existent [AAG00]. Celles-ci sont implémentées dans les logiciels de simulation multicorps afin d'analyser le comportement d'un mécanisme donné.

On ne détaillera pas ici ces méthodes car, pour notre problème d'identification des rigidités, on suppose la position d'équilibre connue.

4.2. Identification des paramètres de rigidités

Le problème que l'on cherche à résoudre consiste à déterminer la valeur des paramètres de rigidité de différents éléments élastiques d'un mécanisme en observant sa position d'équilibre pour différents efforts extérieurs appliqués à ce système.

L'observation du mécanisme nous permet de connaître les dimensions géométriques des pièces du mécanisme ainsi que la position et l'orientation de ces pièces pour chaque position d'équilibre observée.

Les inconnues du problème sont alors les paramètres de rigidité qui déterminent les efforts exercés par les éléments élastiques et les déformations initiales des liaisons introduites par les jeux d'assemblage. L'objectif des parties suivantes est donc d'écrire les équations d'équilibre du mécanisme en exprimant l'ensemble des paramètres de rigidités sous la forme d'un vecteur d'inconnues.

4.2.1. Efforts dans les ressorts

La présence d'un ressort dans le mécanisme à identifier nécessite de déterminer deux inconnues : la rigidité du ressort et sa longueur à vide, que l'on regroupe dans une matrice colonne de deux inconnues. A partir des équations

(4.27) et (4.29), on peut exprimer les composantes généralisées des efforts engendrés par le ressort en fonction de cette matrice colonne :

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\text{Re } ssort} &= \left(\left(\frac{\partial \mathbf{T}_{Ri/Rg}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T - \left(\frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \right) \left[-\mathbf{T}_{Rc1/Rc2} \frac{\mathbf{T}_{Ri/Rj}}{\|\mathbf{T}_{Ri/Rj}\|} \right] \begin{bmatrix} K_{\text{Re } ssort} \\ L_0 K_{\text{Re } ssort} \end{bmatrix}, \\ &= \mathbf{D}_{\text{Re } ssort} \mathbf{k}_{\text{Re } ssort} \end{aligned} \quad (4.37)$$

avec le vecteur des paramètres inconnus :

$$\mathbf{k}_{\text{Re } ssort} = K_{\text{Re } ssort} \begin{bmatrix} 1 \\ L_0 \end{bmatrix}. \quad (4.38)$$

4.2.2. Efforts dans les liaisons élastiques

Comme précisé dans l'équation (4.31), si on suppose le comportement des liaisons élastiques linéaire et découplé, la matrice de l'application linéaire qui lie les efforts aux déformations est diagonale. Il nous est possible alors de mettre nos inconnues sous la forme d'un vecteur :

$$\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = \mathbf{K}_T \boldsymbol{\delta}_T = \begin{bmatrix} K_{Tx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{Ty} & 0 \\ 0 & 0 & K_{Tz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{Tx} \\ \delta_{Ty} \\ \delta_{Tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{Tx} & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{Ty} & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{Tz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{Tx} \\ K_{Ty} \\ K_{Tz} \end{bmatrix} = \Delta_T \mathbf{k}_T \quad (4.39)$$

Dans cette expression, \mathbf{K}_T est la matrice diagonale composée à partir des termes du vecteur colonne \mathbf{k}_T , de même Δ_T est la matrice diagonale composée des termes de la déformation en translation $\boldsymbol{\delta}_T$. Dans certains cas, lorsque la liaison élastique possède une géométrie axisymétrique, on peut faire l'hypothèse de l'égalité des rigidités dans les directions x et y. Cette hypothèse permet de réduire le nombre d'inconnues à identifier sur la liaison élastique. En faisant cette hypothèse, l'équation précédente devient :

$$\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = \begin{bmatrix} \delta_{Tx} & 0 \\ \delta_{Ty} & 0 \\ 0 & \delta_{Tz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{T_{rad}} \\ K_{Tz} \end{bmatrix} = \Delta_T \mathbf{k}_T \quad (4.40)$$

À partir de l'équation (4.33), on peut alors exprimer les composantes généralisées des efforts engendrés par une liaison élastique sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\text{Elast}} &= \left(\left(\frac{\partial \mathbf{T}_{Rj/Rg}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T - \left(\frac{\partial \mathbf{T}_{Ri/Rg}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T - \boldsymbol{\Omega}_{S1} \mathbf{T}_{1 \rightarrow 2}^\times \right) \Delta_T \mathbf{k}_T + (\boldsymbol{\Omega}_{S2} - \boldsymbol{\Omega}_{S1}) \Delta_R \mathbf{k}_R, \\ &= \mathbf{D}_T \mathbf{k}_T + \mathbf{D}_R \mathbf{k}_R \end{aligned} \quad (4.41)$$

On définit ainsi les deux termes \mathbf{D}_T et \mathbf{D}_R , que l'on nommera par la suite déformations généralisées de la liaison élastique. Les composantes généralisées des efforts internes à une liaison élastique peuvent alors s'exprimer sous la forme d'une matrice multipliée par le vecteur inconnu des six paramètres de rigidité :

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_{Elast} &= [\mathbf{D}_T \quad \mathbf{D}_R] \begin{bmatrix} \mathbf{k}_T \\ \mathbf{k}_R \end{bmatrix}. \\ &= \mathbf{D}_{Elast} \mathbf{k}_{Elast}\end{aligned}\quad (4.42)$$

On a choisi ici une modélisation très simple de la relation effort/déformation de la liaison élastique avec une relation linéaire $F = K\delta$. Il est intéressant de noter que si l'on souhaite identifier un comportement non linéaire de la liaison, par exemple avec une expression polynomiale du type $F = K\delta + S\delta^3$, le principe de l'identification décrit dans ce chapitre reste valable, seul le nombre de paramètres à identifier augmente.

L'identification du comportement non linéaire des liaisons élastiques ne sera pas développée dans ce travail car elle nécessite des données expérimentales beaucoup plus riches et précises que celles dont nous disposons.

4.2.3. Liaisons cinématiques

Pour calculer la position d'équilibre statique du mécanisme, il est nécessaire de prendre en compte les efforts qui s'exercent dans les liaisons cinématiques. C'est pourquoi la méthode de résolution nécessite le plus souvent d'introduire les multiplicateurs de Lagrange dans l'équation d'équilibre (4.36).

Cependant, cette méthode de résolution n'est pas adaptée à notre problème d'identification car elle nécessite d'introduire autant d'inconnues qu'il y a d'équations de liaison. C'est pourquoi, on choisit de considérer dans les équations d'équilibre uniquement les déplacements élémentaires compatibles avec les liaisons cinématiques. Pour cela, on réalise un changement de variable en posant :

$$d\mathbf{q} = \mathbf{L} d\mathbf{u}. \quad (4.43)$$

avec \mathbf{L} complément orthogonal de la matrice Φ_q . \mathbf{L} est une matrice orthogonale de dimension $n \times (n-m)$ qui décrit complètement le noyau de l'application linéaire Φ_q [AnS88]. C'est-à-dire que \mathbf{L} doit vérifier les deux conditions suivantes :

$$\begin{aligned}\mathbf{L}^T \mathbf{L} &= Id_{n-m} \\ \Phi_q \mathbf{L} &= \mathbf{0}_{n-m}\end{aligned}\quad (4.44)$$

Dans cette expression, les termes Id_{n-m} et $\mathbf{0}_{n-m}$ désignent respectivement la matrice identité et la matrice nulle de dimension $(n-m)$, avec n le nombre de paramètres généralisés, soit 6 fois le nombre de pièces du mécanisme et m le nombre d'équations de liaisons.

Selon l'équation d'équilibre (4.36), quelque soit le déplacement élémentaire $d\mathbf{q}$, la somme des travaux de l'ensemble des forces internes et externes au mécanisme est nulle. Si on considère uniquement les déplacements élémentaires compatibles avec les équations de liaison, l'équation (4.36) devient :

$$\forall d\mathbf{u} \in R^{n-m} \quad d\mathbf{u}^T \mathbf{L}^T (\mathbf{Q}_{ext} + \mathbf{Q}_{Elast} + \mathbf{Q}_{Re ssort} + \Phi_q^T \boldsymbol{\lambda}) = 0. \quad (4.45)$$

Selon la définition de \mathbf{L} , le produit de \mathbf{L}^T et Φ_q^T donne une matrice nulle. L'équation précédente se simplifie et l'équation d'équilibre devient :

$$\mathbf{L}^T \mathbf{Q}_{Elast} + \mathbf{L}^T \mathbf{Q}_{Re ssort} = -\mathbf{L}^T \mathbf{Q}_{ext}. \quad (4.46)$$

4.2.4. Equations pour l'identification

A partir de l'équation d'équilibre donnée dans la section précédente et de l'expression des composantes généralisées en fonction des paramètres de rigidité, il est possible d'exprimer le problème d'identification des rigidités en fonction d'un système d'équations linéaires :

$$\mathbf{L}^T \mathbf{D}_{Elast} \mathbf{k}_{Elast} + \mathbf{L}^T \mathbf{D}_{Re\,ssort} \mathbf{k}_{Re\,ssort} = -\mathbf{L}^T \mathbf{Q}_{ext} \quad (4.47)$$

soit sous la forme matricielle :

$$\mathbf{L}^T \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{Elast} & \mathbf{D}_{Re\,ssort} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{Elast} \\ \mathbf{k}_{Re\,ssort} \end{bmatrix} = -\mathbf{L}^T \mathbf{Q}_{ext}, \quad (4.48)$$

où le vecteur \mathbf{k} est le vecteur des paramètres de rigidité inconnus.

Dans les équations précédentes, on a considéré une seule liaison élastique et un ressort. Ces expressions sont valables pour un nombre plus important d'éléments élastiques. Il suffit de sommer les composantes généralisées de l'ensemble des liaisons et ressorts à identifier.

Par la suite, on note \mathbf{k} le vecteur colonne regroupant tous les paramètres de rigidités à identifier et \mathbf{D} la matrice des déformations généralisées de l'ensemble des liaisons élastiques et ressorts à identifier :

$$\mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{k} = -\mathbf{L}^T \mathbf{Q}_{ext}. \quad (4.49)$$

Le nombre de paramètres à identifier augmente avec le nombre de liaisons élastiques et de ressorts. Le système d'équations précédent n'est pas toujours solvable en l'état dans la mesure où il peut y avoir plus d'inconnues que d'équations :

$$\dim(\mathbf{k}) > n - m \quad (4.50)$$

Il est alors nécessaire d'ajouter des équations supplémentaires. Celles-ci sont obtenues en observant la position d'équilibre du mécanisme pour différents efforts extérieurs, ou cas de charges. A chaque cas de charges, repéré par l'indice c et compris entre 1 et c_{max} , les termes de l'équation (4.49) peuvent être recalculés en fonction de la position des pièces. On obtient alors :

$$\begin{aligned} {}^1\mathbf{L}^T {}^1\mathbf{D} \mathbf{k} &= -{}^1\mathbf{L}^T {}^1\mathbf{Q}_{ext-1} \\ &\vdots \\ {}^c\mathbf{L}^T {}^c\mathbf{D} \mathbf{k} &= -{}^c\mathbf{L}^T {}^c\mathbf{Q}_{ext} \\ &\vdots \\ {}^{c_{max}}\mathbf{L}^T {}^{c_{max}}\mathbf{D} \mathbf{k} &= -{}^{c_{max}}\mathbf{L}^T {}^{c_{max}}\mathbf{Q}_{ext} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Ces différents cas de charges nous permettent de constituer un système de $c_{max}(n-m)$ équations :

$$\begin{bmatrix} {}^1\mathbf{L}^T {}^1\mathbf{D} \\ \vdots \\ {}^{c_{max}}\mathbf{L}^T {}^{c_{max}}\mathbf{D} \end{bmatrix} \mathbf{k} = - \begin{bmatrix} {}^1\mathbf{L}^T {}^1\mathbf{Q}_{ext} \\ \vdots \\ {}^{c_{max}}\mathbf{L}^T {}^{c_{max}}\mathbf{Q}_{ext} \end{bmatrix}. \quad (4.52)$$

On notera par la suite :

$$[\mathbf{LD}]\mathbf{k} = -[\mathbf{LQ}]. \quad (4.53)$$

On obtient ainsi facilement un nombre d'équations bien plus important que d'inconnues. Étant donné les incertitudes expérimentales et les éventuels arrondis numériques, il n'existe pas de solution exacte. On détermine alors le vecteur solution \mathbf{k} qui minimise ε^2 avec :

$$[\mathbf{LD}]\mathbf{k} = [\mathbf{LQ}] + \varepsilon. \quad (4.54)$$

Bien que l'on dispose d'un nombre important d'équations, il est possible que tous les paramètres ne puissent pas être calculés avec précision. En effet, certains paramètres de rigidités ne sont pas influents sur le comportement du mécanisme et l'observation du déplacement des pièces ne nous permet pas d'identifier ces paramètres.

Ce cas de figure se traduit par une matrice $[\mathbf{LD}]$ mal conditionnée, c'est-à-dire une matrice dont certaines valeurs singulières sont très petites ou nulles. L'équation (4.54) ne possède pas une solution unique.

4.3. Mise en œuvre et validation

4.3.1. Mise en œuvre

Afin de pouvoir tester la démarche proposée sur différents mécanismes, il a été nécessaire d'écrire un programme qui établisse de manière systématique l'ensemble des termes nécessaires à l'identification. Le langage de programmation utilisé est Matlab.

4.3.1.1. Modélisation du mécanisme

Pour décrire de manière cohérente la géométrie d'un mécanisme, nous utilisons un logiciel commercial de modélisation : Adams. A l'issue de l'étape de modélisation, le modèle ainsi constitué peut-être exporté sous la forme d'un fichier modèle (Adams Model File) décrivant tout les éléments fonctionnels du mécanisme. La géométrie du modèle est décrite dans ce fichier en suivant la convention décrite dans la section 4.1.1, c'est-à-dire en indiquant la position et l'orientation d'un ensemble de repères locaux répartis sur les pièces du mécanismes.

Ensuite, chaque liaison est définie en précisant les repères locaux associés et le type de liaison modélisée (rotule, pivot, ressort, liaison élastique, ...).

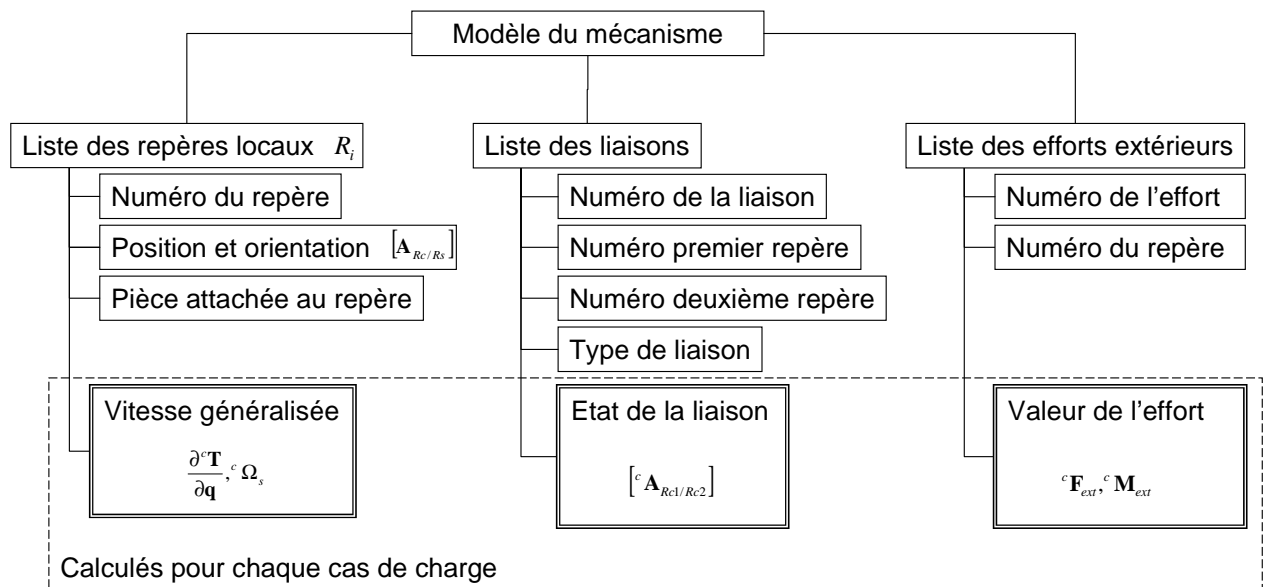


figure 4.5. Structure des données décrivant la géométrie du mécanisme.

Ce fichier modèle est un fichier texte constitué de lignes de commandes. Il peut donc facilement être interprété par un programme afin de transcrire ces données en variables informatiques. De la même manière, il est nécessaire pour chaque effort extérieur appliqué au mécanisme de connaître son point d'application. La lecture d'un fichier modèle nous permet donc de constituer la structure de données schématisée dans la figure 4.5.

4.3.1.2. Etats d'équilibre du mécanisme

Pour pouvoir établir les équations d'équilibre statique, il est nécessaire de connaître les valeurs des efforts extérieurs appliqués au mécanisme, ainsi que la position et l'orientation de chacune des pièces. Dans le cas de l'identification d'un mécanisme de liaison au sol automobile, ces efforts extérieurs peuvent être appliqués de manière contrôlée par un banc de caractérisation. De plus la position et l'orientation des pièces peut-être calculée à partir de mesures des coordonnées d'amers positionnés sur ces pièces (voir Chapitre 2).

Dans le cas d'une validation numérique, la position et l'orientation des pièces à l'équilibre du mécanisme sont calculées par le logiciel de simulation multicorps. À l'issue de la simulation, la position et l'orientation des pièces, ainsi que la valeur des efforts appliqués au mécanisme pour chaque pas de calcul (correspondant à un cas de charge) peuvent être exportés sous la forme d'un fichier tabulé.

Un programme interprète ce fichier de manière automatique, permettant ainsi de calculer les opérateurs $[{}^c A_{Rs/Rg}]$ caractérisant la position et l'orientation de chaque pièce pour chaque cas de charge c .

4.3.1.3. Equations d'équilibre du mécanisme

Un programme permet de traiter séquentiellement l'ensemble de ces informations. Une première boucle logique permet de considérer successivement chaque cas de charge.

A l'intérieur de cette boucle, on calcule la vitesse généralisée de chaque repère local R_i du modèle selon les équations de la section 4.1.3. Ces vitesses

généralisées permettent de calculer, en considérant successivement chaque liaison cinématique, les dérivées des équations de liaisons sous la forme d'une matrice Φ_q . On en déduit le complément orthogonal \mathbf{L} , décrivant les déplacements compatibles avec les liaisons cinématiques. Les vitesses généralisées permettent aussi de calculer les composantes généralisées des efforts extérieurs, ainsi que la déformation généralisée des liaisons élastiques et ressorts.

Il est alors possible de combiner ces différents termes selon l'équation (4.49). On obtient alors la matrice des coefficients ${}^c\mathbf{L}^c\mathbf{D}$ et le second membre ${}^c\mathbf{L}^c\mathbf{Q}$ d'une équation linéaire d'inconnues \mathbf{k} , vecteur des paramètres de rigidités.

A la fin de la c -ième itération, la matrice de coefficients ${}^c\mathbf{L}^c\mathbf{D}$ et le second membre ${}^c\mathbf{L}^c\mathbf{Q}$ sont respectivement concaténés à la fin des matrices $[\mathbf{L}\mathbf{D}]$ et $[\mathbf{L}\mathbf{Q}]$ afin de constituer un système d'équations unique.

Le programme réalisant automatiquement ces calculs est consigné en annexe E.

4.3.1.4. Résolution et expression des résultats

La résolution d'un tel système d'équations linéaires est déjà programmée dans le logiciel Matlab. La détermination du vecteur des inconnues \mathbf{k} est donc immédiate.

Il est ensuite nécessaire de distinguer dans ce vecteur les paramètres de chaque liaison. Une itération est alors réalisée sur chaque liaison élastique puis chaque ressort, pour attribuer à chaque élément ses paramètres identifiés. Ces paramètres sont simultanément transcrits dans un fichier texte afin de pouvoir les comparer aux rigidités de référence.

Il est intéressant de noter que cette méthode d'identification nécessite peu de temps de calcul. Dans tous les cas traités au cours de ce travail l'exécution du programme, de la lecture des données du modèle à l'écriture des résultats, ne prend que quelques secondes sur un ordinateur personnel.

4.3.2. Validation numérique et expérimentale

Afin de mettre au point le programme d'identification des rigidités, celui-ci a été testé successivement sur différents modèles de mécanismes de complexité croissante.

4.3.2.1. Application à une liaison élastique isolée

La première application permet de tester l'identification des rigidités d'une liaison élastique en l'absence de liaison cinématique. Le système étudié est composé d'une seule pièce mobile, le bras S_1 , liée par une liaison élastique à une pièce fixe, le bâti S_0 . Une force et un couple sont appliqués à l'extrémité du bras afin d'engendrer la déformation de la liaison élastique. La représentation graphique de ce modèle est donnée dans la figure 4.6. Le fichier modèle correspondant est fourni en Annexe F.

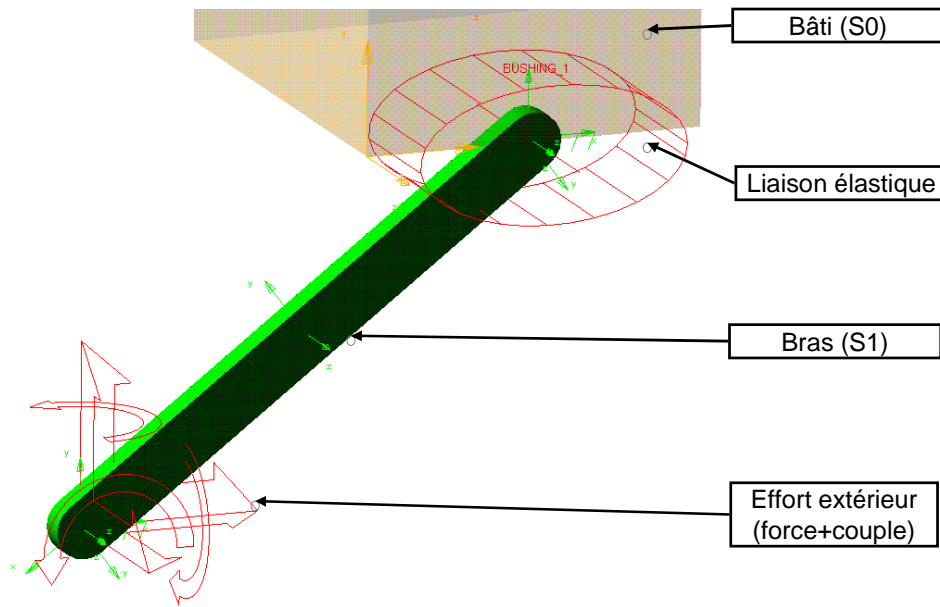


figure 4.6. Identification d'une liaison élastique isolée.

Dans ce cas d'application, le nombre de paramètres généralisés est de $n = 6$. Le nombre de paramètres de rigidités à identifier est de $k = 6$. En l'absence de liaison cinématique, on a donc pour une position d'équilibre statique autant d'équations que d'inconnues. Cet exemple permet de vérifier que le programme d'identification calcule exactement tous les paramètres de rigidités de la liaison élastique, quels que soient la force et le couple appliqués sur le bras et l'amplitude de la déformation de la liaison.

Tableau 4.1. Rigidités identifiées pour un cas simple.

	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Rigidités nominales	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
Rigidités identifiées	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000

4.3.2.2. Application à un mécanisme bielle-manivelle

Dans un deuxième temps, le programme d'identification est appliqué à un mécanisme comportant différentes liaisons cinématiques afin de valider la prise en compte de ces liaisons. Le mécanisme étudié est le système bielle-manivelle représenté dans la figure 4.7.

Une première pièce $S1$ est liée au bâti grâce à une liaison pivot. Une deuxième pièce $S2$ est liée à la première par une liaison rotule et à une troisième pièce $S3$ par une liaison pivot. Cette troisième pièce est liée au bâti par une liaison prismatique d'une part et une liaison élastique d'autre part. Afin de générer une déformation de la liaison élastique, une force extérieure est appliquée sur la pièce $S1$, à l'emplacement de la liaison rotule.

Ce mécanisme possède quatre liaisons cinématiques qui correspondent en tout à dix-huit équations de liaison et un degré de liberté permettant à la pièce $S3$ de se translater selon l'axe de la liaison prismatique. Pour chaque position d'équilibre observée, on peut alors établir une seule équation d'identification.

Comme la liaison élastique ne peut se déformer que dans une seule direction, un seul paramètre de rigidité peut être identifié. Avec cet exemple, on vérifie que cette rigidité est calculée exactement quelle que soit la force appliquée au mécanisme et quelle que soit sa position d'équilibre.

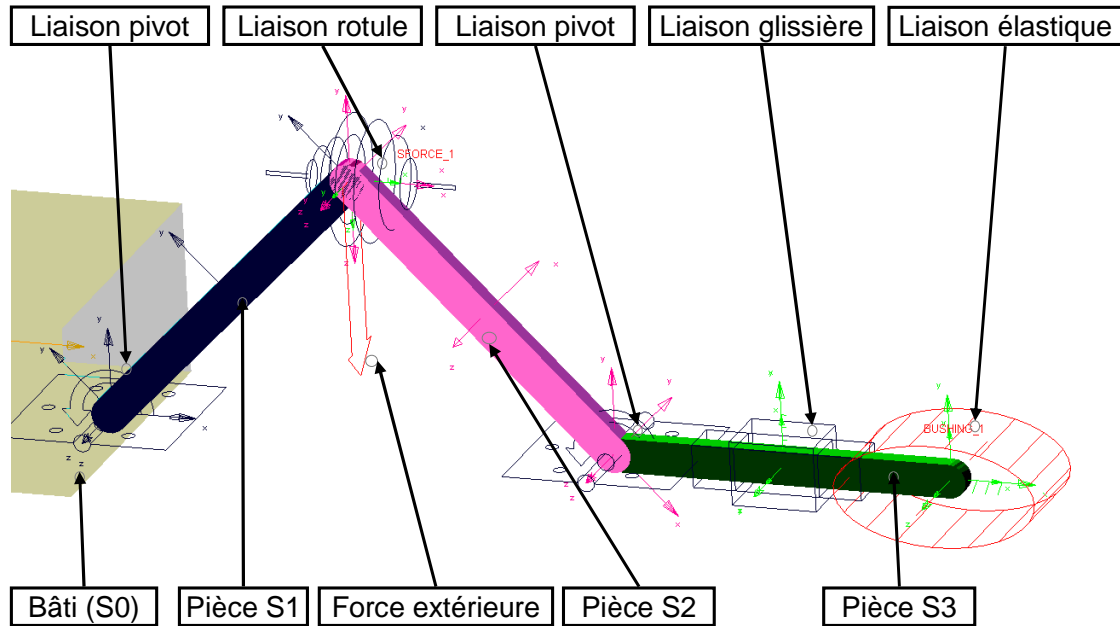


figure 4.7. Mécanisme bielle manivelle utilisé pour valider la méthode d'identification.

Tableau 4.2. Rigidités identifiées pour un système bielle manivelle.

	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Rigidités nominales	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
Rigidités identifiées	10 000	0	0	0	0	0

4.3.2.3.

Application à un mécanisme 4 barres

Pour le test suivant, on définit un mécanisme qui comporte deux liaisons élastiques utilisées pour lier deux pièces $S1$ et $S2$ sur le bâti. Ces deux pièces sont elles-mêmes liées à une troisième pièce $S3$ par deux liaisons pivots, comme le montre la figure 4.8. Une force et un moment extérieurs sont appliqués à la pièce $S3$.

Dans ce modèle, les pièces $S1$ et $S2$ sont longues de 450 mm et distantes de 250 mm. Les rigidités utilisées dans le modèle Adams pour calculer les positions d'équilibre sont égales à 10 000 N/mm en translation et 10 000 N.mm/deg en torsion.

Pour ce mécanisme, il y a 18 paramètres généralisés (6 par pièce) et 10 équations de liaison (5 par liaison pivot). Il est donc possible d'établir 8 équations pour une position d'équilibre. Les deux liaisons élastiques introduisent en tout 12 paramètres de rigidité inconnus. L'observation d'une seule position d'équilibre ne peut pas permettre d'identifier toutes les rigidités.

On multiplie alors les cas de charges pour identifier les paramètres en surnombre. Pour cela, on fait varier l'amplitude et la direction de la force extérieure entre 0 et 1000 N et du couple entre 0 et 10 N.m, constituant ainsi 10

cas de charges très différents. Les rigidités identifiées par le programme sont consignées dans le Tableau 4.3.

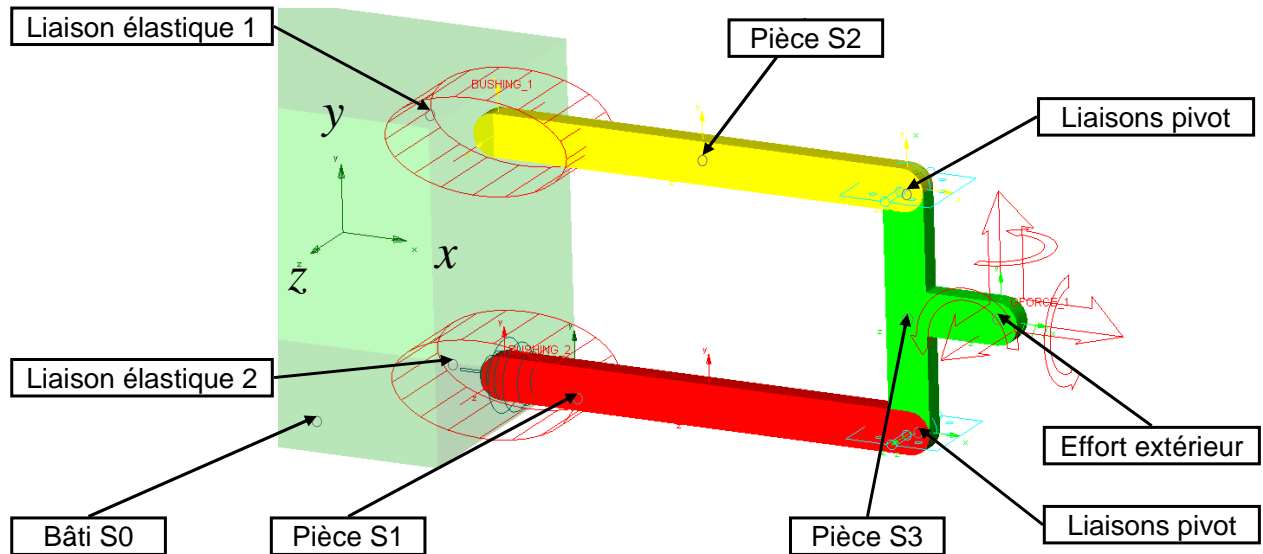


figure 4.8. Identification simultanée de deux liaisons élastiques.

Tableau 4.3. Comparaison des rigidités identifiées avec les rigidités nominales.

Liaison élastique 1	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Rigidités nominales	10000	10000	10000	10000	10000	10000
Rigidités identifiées	9990.77	9980.75	10000.5	0	0	9993.59

Liaison élastique 2	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Rigidités nominales	10000	10000	10000	10000	10000	10000
Rigidités identifiées	10013.6	10000.4	10001.6	20001.5	20001.6	9999.34

On constate tout d'abord que les solutions pour Ktx, Kty, Ktz et Krz ne sont pas parfaitement égales aux rigidités de référence. Ces différences trouvent leur origine dans les arrondis numériques cumulés au cours des différentes étapes du calcul.

Ensuite, nous constatons que les rigidités en torsion Krx et Kry ne sont pas identifiées correctement. Ceci s'explique par le fait que dans le système de 80 équations (8 équations par cas de charge), seules 10 équations sont linéairement indépendantes. Pour que les rigidités en torsion autour des axes x et y soient cohérentes avec les positions d'équilibre observées il faut seulement vérifier :

$$\begin{aligned} K_{Rx1} + K_{Rx2} &= 20000 \\ K_{Ry1} + K_{Ry2} &= 20000 \end{aligned} \quad (4.55)$$

Toute combinaison de rigidités respectant ces conditions est solution du système d'équations. Dans le Tableau 4.3 on a donc une solution particulière pour

laquelle les rigidités K_{Rx} et K_{Ry} sont nulles pour la première liaison élastique et égales à 20 000 N.mm/deg pour la deuxième liaison élastique.

4.3.2.4. Validation expérimentale

Afin d'évaluer l'intérêt de la méthode d'identification pour un cas pratique, celle-ci a été appliquée à un essieu réel.

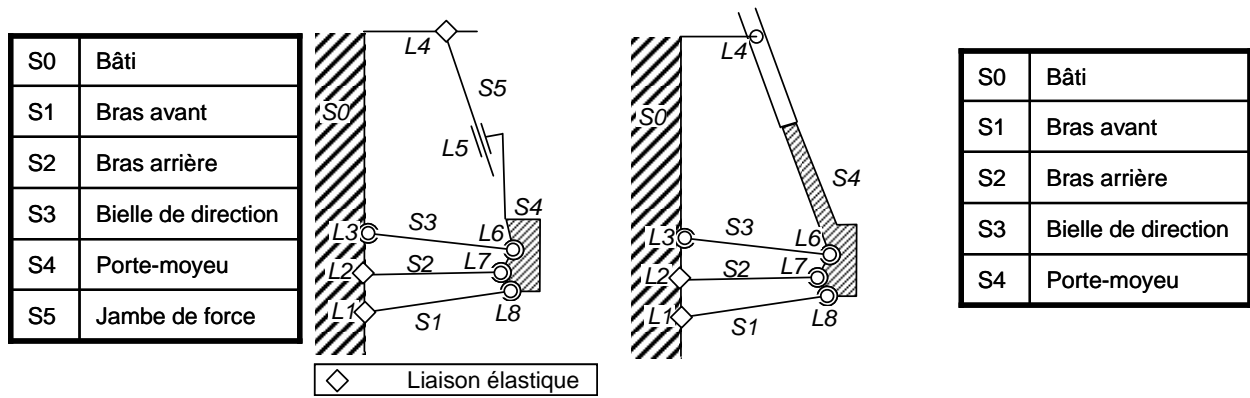
Il s'agit de l'essieu pseudo McPherson décrit précédemment dans la section 2.4.2. Cet essieu a été soumis à un ensemble de 17 cas de charges qui combinent efforts verticaux, latéraux et longitudinaux. Ces cas de charge sont décrits dans le Tableau 4.4.

Tableau 4.4. Cas de charge appliqués à l'essieu de test sur le banc K&C

Cas de charge c	Force verticale (N)	Force latérale (N)	Force longitudinale (N)
1	1500	0	0
2	3000	0	0
3	4500	0	0
4	6000	0	0
5	7500	0	0
6	4500	-1000	0
7	4500	1000	0
8	3000	-1000	0
9	3000	1000	0
10	6000	-1000	0
11	6000	1000	0
12	4500	0	-1000
13	4500	0	1000
14	3000	0	-1000
15	3000	0	1000
16	6000	0	-1000
17	6000	0	1000

La mesure de positions des amers nous a permis de calculer le déplacement de toutes les pièces du mécanisme à l'exception de la tige de jambe de force. L'accessibilité à cette pièce située dans la partie supérieure du mécanisme n'a pas permis l'utilisation des amers pour calculer ses déplacements.

Comme l'écriture des équations d'équilibre nécessite de connaître la position et l'orientation de toutes les pièces du mécanisme, le modèle élastocinématique utilisé pour l'identification ne comporte pas de jambe de force. Dans ce modèle, le porte-moyeu est directement lié au bâti par une liaison linéaire annulaire qui remplace la liaison cylindrique entre le porte-moyeu et la jambe de force ainsi que la liaison élastique entre la jambe de force et le bâti. Cette structure cinématique alternative est schématisée dans la figure 4.9.



a – Schéma cinématique de l'essieu

b – Schéma cinématique simplifié équivalent

figure 4.9. Schémas cinématiques équivalents de la suspension.

En plus de cette modification de structure cinématique, le modèle utilisé pour l'identification ne représente pas les butées de compression et de détente de la suspension présentes sur l'essieu réel. Le comportement non linéaire de ces éléments n'a pas pu être pris en compte dans le programme d'identification.

Le modèle utilisé pour l'identification est donc un modèle simplifié sur lequel on souhaite identifier les rigidités de deux liaisons élastiques et d'un ressort soit 14 inconnues. Ce modèle est représenté dans la figure 4.10.

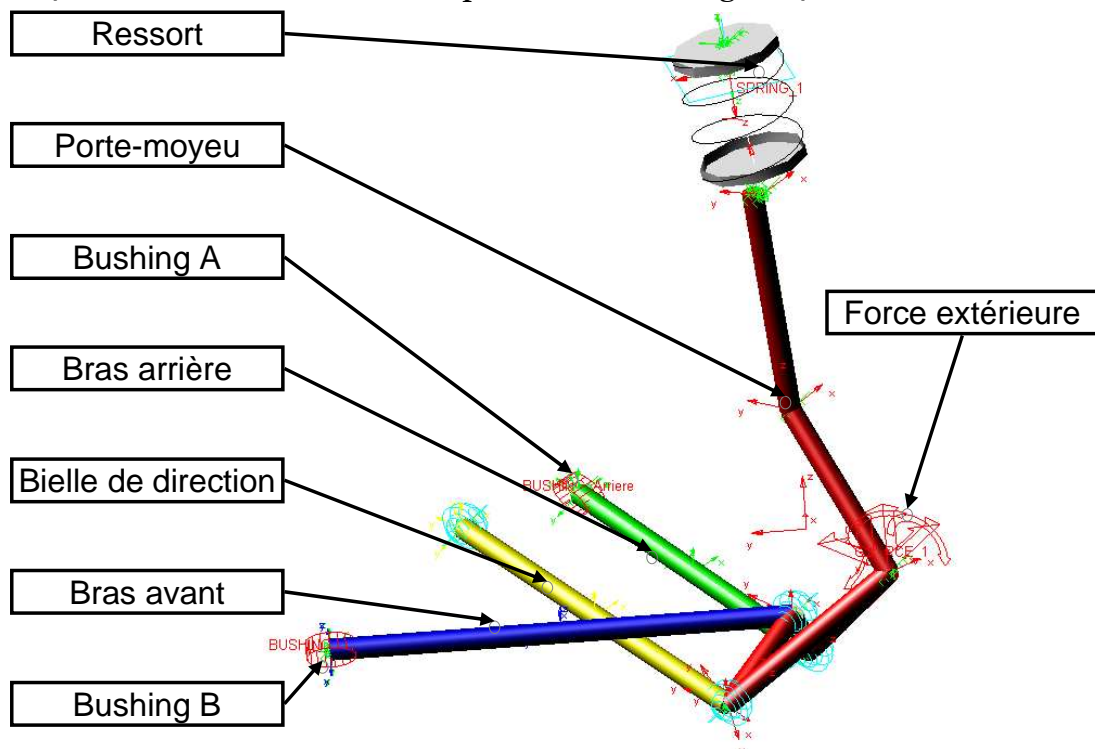


figure 4.10. Représentation graphique du modèle de la suspension.

Ce modèle est donc constitué de 4 pièces mobiles, soit 24 paramètres généralisés. Il contient 5 liaisons cinématiques auxquelles sont associées 14 équations de liaisons. L'analyse des 17 positions d'équilibre observées sur l'essieu réel permet donc d'établir un système de 170 équations.

Malgré ce nombre important d'équations, peu de paramètres sont identifiés. Les résultats de cette identification, consignés dans le Tableau 4-5, montrent pour

les deux liaisons élastiques que seules les rigidités en translation dans l'axe des bras avant et arrière sont identifiées. Les autres rigidités sont soit nulles, soit trop faibles pour être réalistes. La rigidité du ressort et sa longueur à vide sont correctement identifiées. Les rigidités identifiées sont différentes des rigidités nominales de liaisons données par le constructeur et présentées dans le Tableau 2.1. Ces différences peuvent s'expliquer par le fait que les rigidités sont calculées en utilisant un modèle simplifié de l'essieu et que les données d'entrée (la position et l'orientation des pièces) sont connues avec une précision limitée par les moyens de mesure employés.

Tableau 4-5 Rigidités identifiées à partir des données expérimentales.

	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Bushing A	4522.67	0	35.12	579.9	0	0
Bushing B	451.27	0	5	0	0	0

	K (N/mm)	L0 (mm)
Ressort de suspension	29.37	311

Toutefois, on souhaite juger de la qualité du modèle ainsi identifié. Pour cela, le comportement du modèle est comparé avec le comportement mesuré sur le banc K&C de l'essieu réel pour différentes sollicitations. Pour que ce modèle puisse être employé pour simuler le comportement du mécanisme, les rigidités en translation et en rotations des liaisons élastiques doivent avoir une valeur non nulle. Dans le cas contraire, le programme de simulation (Adams/Solver) ne converge pas et ne peut trouver de position d'équilibre au mécanisme. On choisit alors arbitrairement d'affecter une valeur de 200 N/mm aux rigidités en translation non identifiées et 100 N.mm/deg aux rigidités en rotation.

Les graphiques de la figure 4.11 présentent les épures cinématiques de l'essieu réel ainsi que les épures obtenues à partir du modèle simplifié avec le logiciel Adams/View.

Le graphique (a) représente l'effort vertical appliquée à la roue en fonction du débattement. On constate sur ce graphique que la rigidité verticale identifiée est correcte. Toutefois, l'absence de butée de compression et de détente sur le modèle explique les différences de pentes observées pour des débattement inférieurs à -50 mm et supérieurs à +50 mm.

Les variations de carrossage et de demi-voie du modèle au cours du débattement vertical, présentées dans les graphiques b et c, sont similaires à celles de l'essieu réel. Ces comportements sont déterminés par la géométrie et peu influencés par les paramètres de rigidité.

La variation de l'angle de braquage au cours du débattement vertical, présentée dans le graphique (d), est moins bien calculée par le modèle. En effet ce comportement est très sensible aux paramètres géométriques. Ces paramètres géométriques sont déterminés expérimentalement avec des incertitudes liées aux moyens de mesures et aux méthodes de montage de l'essieu. La précision du modèle est donc limitée par ces incertitudes.

Les graphiques (e) et (f) présentent la variation de l'angle de braquage en fonction des efforts longitudinaux et latéraux appliqués à la roue. Ces

comportements sont essentiellement influencés par les paramètres de rigidités des liaisons élastiques. Ici l'identification ne permet pas d'obtenir une corrélation parfaite, cependant le modèle présente un comportement proche de l'essieu réel. On a vu au chapitre 2, dans la figure 2.18, qu'un modèle élastocinématique de cet essieu, utilisant les rigidités nominales des liaisons, ne permet pas de rendre compte du braquage sous effort longitudinal.

On se rend compte ici que l'identification des rigidités par l'analyse du comportement global du mécanisme permet de définir un modèle élastocinématique plus représentatif. Et ce malgré le fait que le modèle soit simplifié pour pouvoir s'adapter à des mesures incomplètes.

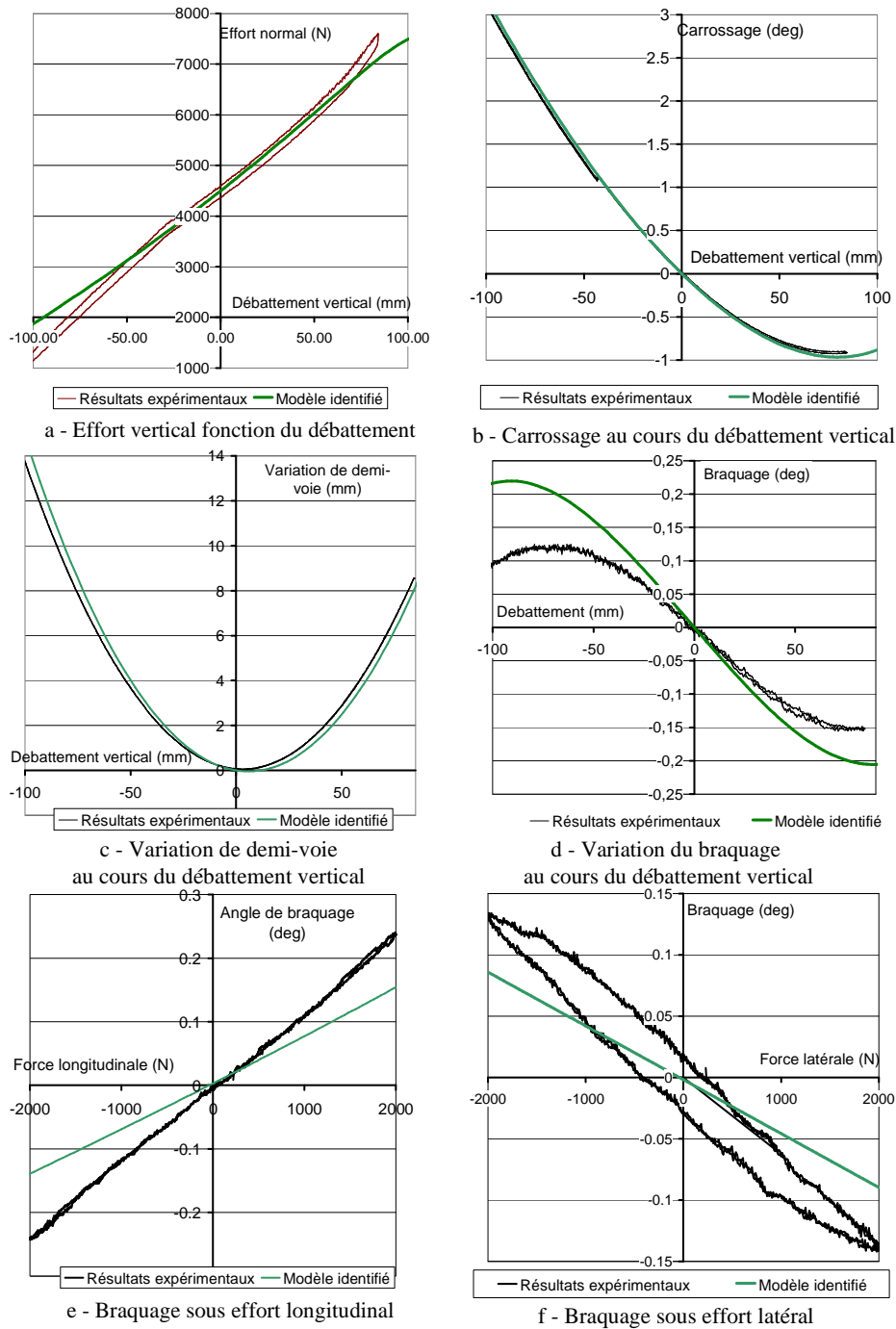


figure 4.11. Comparaison du comportement de l'essieu réel et du modèle identifié.

4.4. Conclusion

Au cours de ce travail, une démarche a été proposée pour calculer les paramètres de rigidités d'un mécanisme en se servant des équations du mouvement. Cette méthode nécessite de connaître, pour différents efforts appliqués au mécanisme, la position et l'orientation de chaque pièce du mécanisme.

Afin d'automatiser le calcul de équations d'équilibre, le formalisme de la mécanique analytique a été retenu. Il a ainsi été possible de créer un programme capable de réaliser l'identification des paramètres de rigidités pour tout type de mécanisme comportant des corps solides indéformables assemblés par des liaisons cinématiques et élastiques.

La validité et la généralité de cette méthode d'identification ont été testées numériquement. En utilisant des modèles élastocinématiques de différents mécanismes, on vérifie que l'utilisation des équations d'équilibre permet, soit de retrouver précisément les rigidités du modèle de référence, soit un jeu de rigidités équivalentes.

Enfin, cette méthode d'identification a pu être appliquée sur un mécanisme de suspension de type pseudo McPherson à partir de données expérimentales acquises sur un banc de caractérisation K&C. Nous avons ainsi vérifié que l'identification nous permet de définir un modèle réaliste de l'essieu, en l'absence de toute connaissance a priori des paramètres de rigidité.

Lors de cette validation expérimentale, on constate que de nombreux paramètres de rigidités ne sont pas identifiables car les liaisons élastiques ne sont pas sollicitées dans certaines directions au cours du fonctionnement du mécanisme. L'importance de chaque paramètre de rigidité sur le comportement global de l'essieu est une information utile pour le concepteur. Celle-ci peut-être calculée en dérivant les équations d'équilibre par les paramètres de rigidité. Cette approche, précédemment proposée pour l'optimisation des mécanismes de suspension [KYL97], permettrait de connaître l'ensemble des paramètres de rigidités aboutissant au même comportement du mécanisme.

Par ailleurs, l'application de la méthode d'identification présentée dans ce chapitre nécessite la connaissance de la position et de l'orientation de toutes les pièces du mécanisme. Dans la pratique, il arrive que certaines pièces soient inaccessibles à la mesure. L'application de l'identification est alors grandement compliquée et nécessite de réaliser une simplification du modèle à identifier. C'est pourquoi dans le chapitre suivant, est développée une méthode permettant l'identification des paramètres de rigidités en tenant compte des butées de compression et de détente et sans avoir à simplifier le modèle. Cette méthode est basée une démarche itérative.

5. Identification itérative des paramètres de rigidité

Dans les mécanismes de liaison au sol actuels, les liaisons élastiques jouent un rôle important pour le comportement routier d'un véhicule. C'est pourquoi le choix de leurs rigidités lors de la conception d'une liaison au sol fait l'objet de nombreux travaux. La détermination de ces paramètres est tout aussi importante lorsque l'on souhaite obtenir la corrélation entre le comportement d'un essieu réel et celui du modèle élastocinématique associé.

Si on ne possède aucune information a priori sur ces rigidités, il est nécessaire de les mesurer. Cette opération est longue et coûteuse car elle nécessite de démonter l'essieu, de détacher les liaisons élastiques des pièces avant de réaliser une série de tests de traction et de torsion.

Une autre solution consiste à identifier ces valeurs de rigidités en réalisant une optimisation sur le modèle élastocinématique. Un algorithme d'optimisation recherche un jeu de paramètres qui permette d'obtenir un comportement du plan de roue similaire entre le modèle et l'essieu réel. Mais cette solution nécessite la réalisation d'un nombre important de calculs et requiert de la part du concepteur une forte compétence en simulation numérique.

Dans ce chapitre une nouvelle méthode d'identification est proposée. Elle se base sur la méthode de localisation des pièces et des liaisons dans un mécanisme de suspension assemblé et en charge présentée au chapitre 2. L'utilisation conjointe d'un banc de caractérisation K&C et d'un bras de mesure tridimensionnel permet de déterminer la position des pièces dans le mécanisme pour différents cas de charges (efforts appliqués en base de roue). Ainsi il est possible de connaître la déformation de chaque liaison élastique au cours du fonctionnement de la suspension.

C'est en comparant ces déformations avec les efforts qui s'exercent au sein du mécanisme qu'il est possible de déterminer les paramètres de rigidité. Pour calculer ces efforts, un logiciel commercial de modélisation multicorps est employé. Les paramètres de rigidité sont modifiés afin de recalibrer les déformations de chaque liaison virtuelle sur les déformations réelles.

Pour mettre en œuvre et valider cette méthode, un programme informatique a été développé. Celui-ci a permis de tester numériquement la méthode d'identification sur deux mécanismes de suspension : un modèle d'essieu pseudo McPherson et un modèle d'essieu innovant conçu par Michelin [ABGo4], l'essieu "Optimized Contact Patch" (OCP). Enfin, cette méthode d'identification a été validée expérimentalement sur un essieu pseudo McPherson. On peut ainsi démontrer qu'il est possible de définir un modèle élastocinématique réaliste de l'essieu sans informations préalable sur les rigidités des liaisons élastiques.

5.1. Mesure de la déformation d'une liaison élastique

En appliquant la méthode de localisation des pièces dans un mécanisme de liaison au sol (chapitre 2), il nous est possible de calculer la position et l'orientation des liaisons dans ce mécanisme.

Considérons la liaison élastique b liant les pièces $S1$ et $S2$ telle que représentée dans la figure 2.11. Les mesures réalisées sur les pièces isolées nous ont permis de constituer un modèle géométrique de chaque pièce. Dans ce modèle, la localisation de la liaison sur la pièce est représentée par un opérateur homogène : $[A_{Rb1/Rs1}]$ pour la première pièce et $[A_{Rb2/Rs2}]$ pour la deuxième. De plus on a déterminé la position de 4 amers positionnés sur chaque pièce.

Dans un deuxième temps, la mesure de la position de ces amers au sein de l'essieu assemblé permet de déterminer la position et l'orientation de chaque pièce dans le mécanisme, sous la forme d'opérateur homogène : $[A_{Rs1/Rg}]$ et $[A_{Rs2/Rg}]$. Le détail du calcul de ces opérateurs est donné au chapitre 2.2. Par composition de ces opérateurs, on calcule un état de déformation de la liaison qui correspond à la position relative de l'armature intérieure de la liaison par rapport à l'armature extérieure. Cette déformation est représentée par l'opérateur $[\Delta_b]$ défini par :

$$[\Delta_b] = [A_{Rj/Rs2}]^{-1} [A_{Rs2/Rg}]^{-1} [A_{Rs1/Rg}] [A_{Ri/Rs1}] \quad (5.1)$$

Il est important de noter que pour établir cette relation, on assimile les pièces du mécanisme à des solides indéformables. Pour que cette hypothèse soit justifiée, il faut que les déformations localisées dans les liaisons élastiques soient beaucoup plus importantes que les déformations élastiques des pièces.

Cependant, ne connaissant pas la rigidité des liaisons élastiques ni des pièces, c'est une hypothèse qui doit être faite a priori. Elle pourra être remise en cause si l'identification des rigidités des liaisons élastiques n'est pas suffisante pour rendre compte correctement du comportement de l'essieu.

À partir de l'opérateur $[\Delta_b]$, on exprime la déformation de la liaison élastique sous la forme de 6 scalaires. Trois composantes de déformation en translation (T_x, T_y, T_z) et trois composantes de déformation en rotation (A_x, R_y, R_z). Ces composantes sont calculées à partir de $[\Delta_b]$ selon les équations (2.28) et (2.29) de la section 2.3.1.

Pour pouvoir identifier les paramètres de rigidité d'une liaison, il est nécessaire de calculer la déformation de cette liaison lorsque différents efforts lui sont appliqués. Cependant, comme les mesures sont réalisées sur un mécanisme assemblé, il n'est pas possible d'appliquer directement un effort sur chaque liaison.

Les efforts doivent être appliqués sur la roue, au point de contact entre le pneu et le sol. Pour cela on utilise le banc de caractérisation K&C. Grâce à des actionneur positionnés sous les roues de l'essieu, ce banc nous permet de d'exercer successivement des forces et des couples sur les roues dans différentes directions. Pour réaliser l'identification, on applique donc successivement différents efforts, aussi appelés cas de charges, dont les composantes sont exprimées dans le repère global du véhicule:

$$\mathbf{F}_{Roue} = [F_{longi} \quad F_{later} \quad F_{verti}]^T. \quad (5.2)$$

Par la suite, on repèrera chaque cas de charge et chaque mesure associée à ce cas avec l'exposant c compris entre 1 et c_{\max} . Afin d'observer des déformations significatives sur toutes les liaisons et dans différentes directions, les efforts appliqués à la roue doivent être importants et variés.

Pour chaque cas de charges c , on mesure la position des amers ce qui permet de déterminer l'état de déformation ${}^c\delta_b$ de la liaison :

$${}^c\delta_b = \begin{bmatrix} {}^cT_{x,b} & {}^cT_{y,b} & {}^cT_{z,b} & {}^cR_{x,b} & {}^cR_{y,b} & {}^cR_{z,b} \end{bmatrix}^T. \quad (5.3)$$

Cependant, ces résultats expérimentaux diffèrent des valeurs réelles de déformation en raison de deux incertitudes. Tout d'abord, les jeux d'assemblage nécessaires au montage de la suspension engendrent une incertitude sur la localisation de la liaison sur la pièce après le serrage. L'incertitude liée aux jeux d'assemblage est présentée au chapitre 2.1.4. Cette incertitude sur les paramètres géométriques entraîne une erreur sur les déformations calculées. Cette erreur, notée E_b^0 , est indépendante du cas de charge considéré.

Ensuite, la mesure de position des amers sur l'essieu est réalisée dans un certain domaine de précision. Par conséquent, le résultat du calcul de la déformation de la liaison comporte une erreur aléatoire ${}^cE_b^{aléa}$. Chaque terme de la déformation calculée peut être analysé comme la somme de la déformation réelle et des erreurs. Par exemple, pour la déformation de liaison b selon l'axe x , pour tout cas de charge c on a :

$${}^c\delta_b = {}^c\delta_b^{réel} + {}^cE_b^{aléa} + E_b^0. \quad (5.4)$$

On remarquera ici que l'erreur E_b^0 , liée aux incertitudes sur les paramètres géométriques, est le terme identifié par la méthode présentée dans la section 2.3.3. Cependant, cette méthode d'identification géométrique nécessite de connaître les paramètres de rigidité. La méthode d'identification des paramètres de rigidités présentée dans la section 5.2 permet aussi de calculer ce terme et donc de réaliser simultanément l'identification géométrique.

5.2. Identification des paramètres de rigidité

5.2.1. Calcul du torseur des efforts dans les liaisons élastiques

Le modèle de comportement que l'on va identifier pour les liaisons élastiques est une relation linéaire entre la force et le couple exercée au centre de la liaison d'une part et la déformation en translation et en rotation de cette liaison d'autre part. En ignorant les termes de couplage, cette relation s'écrit sous la forme d'une matrice diagonale :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_b \\ \mathbf{C}_b \end{bmatrix} = \mathbf{K}_b \boldsymbol{\delta}_b = \begin{bmatrix} K_{b,Tx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{b,Ty} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{b,Tz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{b,Rx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{b,Ry} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{b,Rz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{x,b} \\ T_{y,b} \\ T_{z,b} \\ A_{x,b} \\ A_{y,b} \\ A_{z,b} \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Les composantes de la force \mathbf{F}_b et du couple \mathbf{C}_b sont exprimées dans le repère R_j et le couple est calculé à l'origine de ce même repère. Dans le cas le plus général, chaque terme diagonal des matrices est indépendant, ce qui correspond à 6 paramètres de rigidité par liaison élastique.

Pour calculer ces paramètres de rigidité, il est nécessaire d'estimer les efforts qui s'exercent sur la liaison élastique. La mesure expérimentale de ces efforts nécessiterait d'instrumenter les pièces de l'essieu, ce qui est une solution complexe. C'est pourquoi on utilise un modèle élastocinématique de l'essieu pour calculer ces efforts. Ce modèle est construit à partir des mesures de pièces isolées, avec une estimée initiale de la rigidité des liaisons élastiques : K_0 . En l'absence de toute information sur la rigidité des liaisons élastiques, on peut prendre la même estimée initiale pour toutes les liaisons, dans toutes les directions.

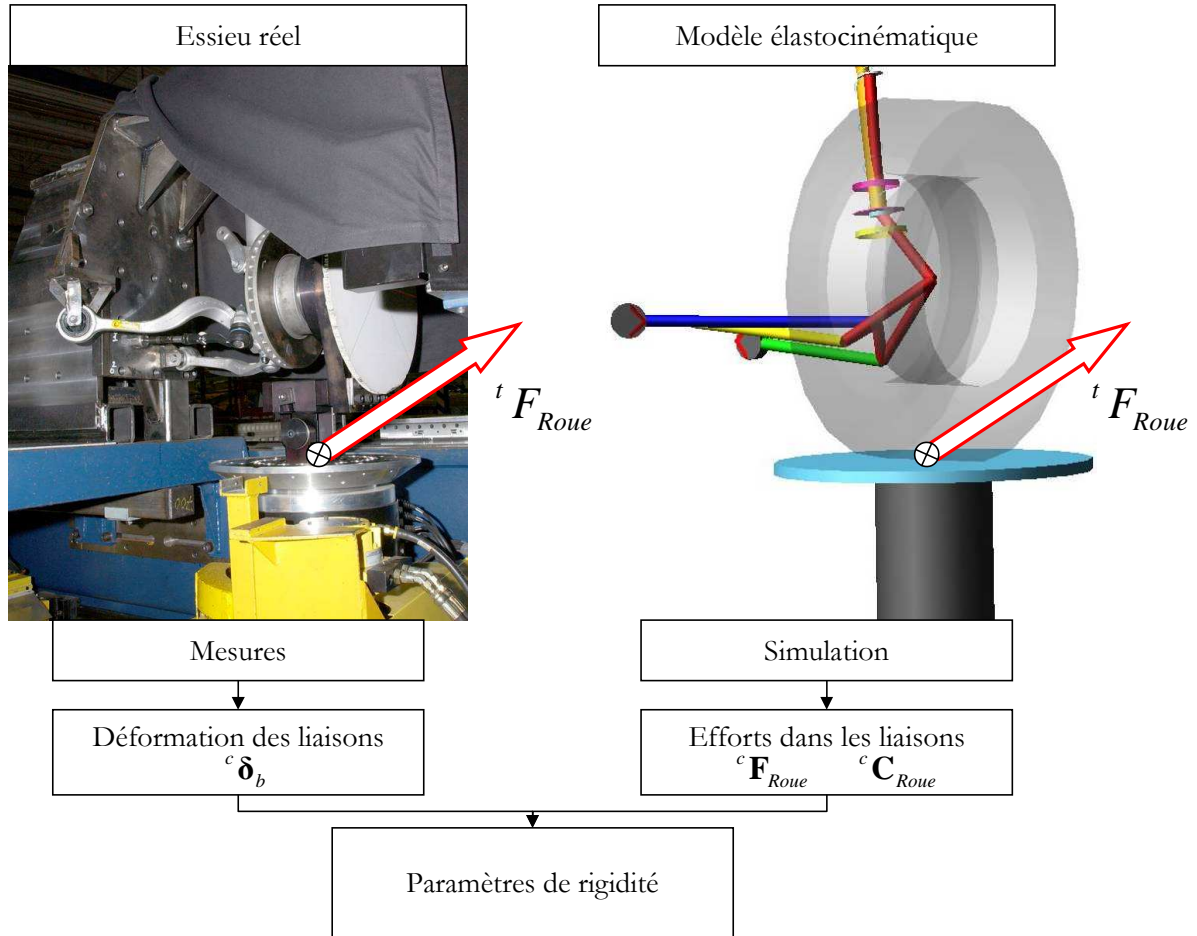


figure 5.1 : Utilisation des mesures et de la simulation pour le calcul des rigidités.

Ce premier modèle élastocinématique permet de calculer, pour chaque cas de charges t appliqué à la roue, les forces et moments qui s'exercent sur la liaison :

$$\begin{aligned} {}^c \mathbf{F}_b &= \begin{bmatrix} {}^c F_{b,x} & {}^c F_{b,y} & {}^c F_{b,z} \end{bmatrix}^T \\ {}^c \mathbf{M}_b &= \begin{bmatrix} {}^c F_{b,x} & {}^c F_{b,y} & {}^c F_{b,z} \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \quad (5.6)$$

5.2.2. Calcul des paramètres de rigidité

Le but de l'identification est de déterminer les coefficients de proportionnalité entre les déformations mesurées et les efforts calculés dans chaque direction des liaisons élastiques. Par exemple, pour la liaison b , en translation selon l'axe x , on cherche le paramètre $K_{b,Tx}$ qui réalise pour chaque cas de charge t , la relation :

$${}^c F_{b,Tx} = K_{b,Tx} {}^c T_{x,b}^{Réel}. \quad (5.7)$$

Cependant, on a vu dans la section précédente que la déformation calculée à l'issue des mesures ${}^c T_{x,b}$ diffère de la déformation réelle ${}^c T_{x,b}^{Réel}$ en raison des incertitudes de mesure et d'assemblage (équation (5.4)). En développant l'équation (5.7), on trouve :

$${}^c F_{b,Tx} = K_{b,Tx} ({}^c T_{x,b} - E_{x,b}^0 - {}^c E_{b,Tx}^{aléa}). \quad (5.8)$$

Dans cette expression, il faut déterminer les termes $K_{b,Tx}$ et $E_{x,b}^0$ qui minimisent l'erreur aléatoire sur l'ensemble des cas de charge au sens des moindres carrés :

$$C = \sum_{c=1}^{c_{\max}} ({}^c E_{x,b}^{aléa})^2. \quad (5.9)$$

On réalise une régression linéaire sur les points $({}^c F_{b,Tx}, {}^c T_x)$ avec c compris entre 1 et c_{\max} . Les termes $K_{b,Tx}$ et $E_{x,b}^0$ sont alors donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} K_{b,Tx} &= \frac{\overline{T_{b,x} F_{b,x}} - \overline{T_{b,x}} \overline{F_{b,x}}}{\overline{T_{b,x}^2} - \overline{T_{b,x}}^2} \\ E_{b,Tx}^0 &= \frac{\overline{F_{b,x}}}{K_{b,Tx}} - \overline{T_{b,x}}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Dans cette expression, la barre au dessus d'un terme désigne la moyenne arithmétique du terme sur l'ensemble des cas de charges :

$$\overline{a} = \frac{1}{c_{\max}} \sum_{c=1}^{c_{\max}} ({}^c a). \quad (5.11)$$

Cependant, cette valeur de rigidité n'a de sens que si les déformations mesurées et les forces calculées sont effectivement liées par une relation linéaire. Si la déformation effective de la liaison (signal) est inférieure à l'erreur aléatoire (bruit), alors la rigidité de la liaison ne peut être identifiée et la rigidité calculée par l'équation (5.10) est fautive. Pour détecter ce cas de figure, l'outil statistique qui est généralement employé est le coefficient de corrélation, que l'on notera r [PTV92], défini par :

$$r = \frac{\overline{T_{b,x} F_{b,x}} - \overline{T_{b,x}} \overline{F_{b,x}}}{\sqrt{\overline{T_{b,x}^2} - \overline{T_{b,x}}^2} \sqrt{\overline{F_{b,x}^2} - \overline{F_{b,x}}^2}}. \quad (5.12)$$

r est une valeur comprise entre -1 et 1 qui est négative lorsque le coefficient directeur de la relation linéaire est négatif. Dans notre cas, il s'agit de $K_{b,Tx}$. Pour cette application le calcul d'une rigidité négative n'a pas de sens physique. Le cas d'un coefficient de corrélation négatif ne sera donc pas envisagé. La figure 5.2 permet de visualiser la relation entre le coefficient de corrélation et la dispersion sur une série de points. Dans la partie inférieure gauche sont dessinés différents ensembles de points linéairement dépendants et soumis à un bruit aléatoire d'amplitude variable. Dans la partie supérieure droite est indiqué le coefficient de corrélation de la série de points diamétralement opposée.

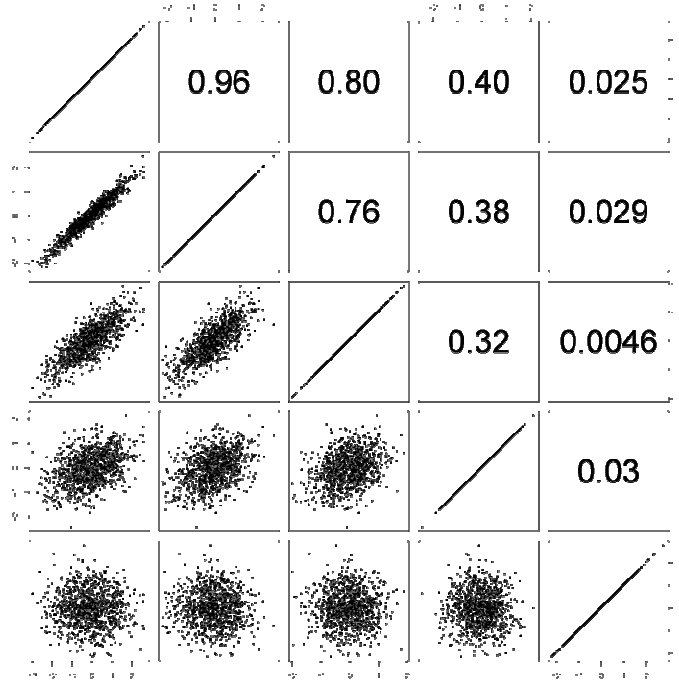


figure 5.2. Illustration du coefficient de corrélation linéaire.

Il est nécessaire de définir une limite à r en dessous de laquelle la rigidité de la liaison est considérée comme non identifiable. Dans ce travail, nous avons choisi de considérer une valeur de rigidité identifiée par régression linéaire comme représentative de la rigidité effective de la liaison si le coefficient de corrélation est supérieur à 0.75. Si cette condition n'est pas remplie, la rigidité n'est pas identifiable et l'estimation initiale est conservée.

A titre d'exemple, la figure 5.3 présente graphiquement deux régressions linéaires utilisées pour l'identification de rigidités en translation à partir de données expérimentales. Pour le premier graphique, l'amplitude des déformations est de 8 mm. Ceci permet un calcul précis de la rigidité avec un coefficient de corrélation de 0.97. Pour le deuxième graphique, l'amplitude des déformations observées est de 0.6 mm. Par conséquent, la série de points est beaucoup plus bruitée et le coefficient de corrélation est de 0.85. La rigidité identifiée est alors influencée par les incertitudes de mesure. Ces exemples illustrent la nécessité de disposer de moyens de mesure précis et de données expérimentales nombreuses (plusieurs cas de charges) afin de réduire l'incertitude sur les paramètres identifiés.

Dans de nombreux cas, les liaisons élastiques possèdent une géométrie axisymétrique. Dans ce cas, les rigidités selon les axes x et y , tels que définis dans la figure 2.4, sont identiques. On a $K_{Tx} = K_{Ty}$ et $K_{Rx} = K_{Ry}$. Le nombre de paramètres de rigidités qui définit le comportement d'une liaison élastique est alors réduit à 4. Il y a deux rigidités en translation : radiale K_{Tr} et axiale K_{Tz} et deux rigidités en torsion : conique K_{Rc} et axiale K_{Rz} .

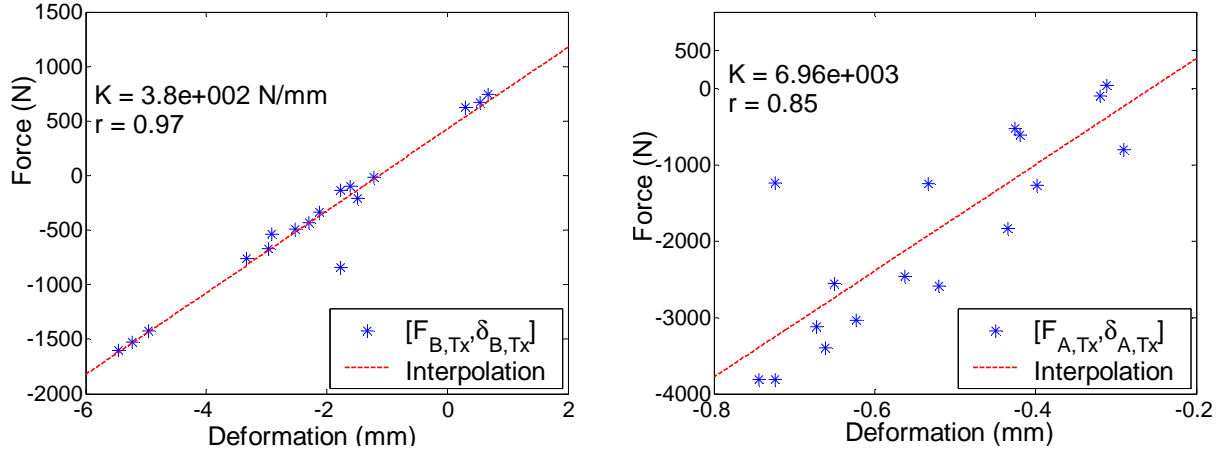


figure 5.3. Exemples d'interpolation linéaire à partir de résultats expérimentaux.

Pour calculer la rigidité de translation radiale, on réalise une moyenne pondérée sur les rigidités K_{Tx} et K_{Ty} calculées par interpolation linéaire :

$$w_x = \frac{1}{\sum_{c=1}^{c_{\max}} (F_{b,Tx} - \overline{F_{b,Tx}})^2} \quad w_y = \frac{1}{\sum_{c=1}^{c_{\max}} (F_{b,Ty} - \overline{F_{b,Ty}})^2} \quad (5.13)$$

$$K_{b,Tr} = \frac{1}{w_x + w_y} (w_x K_{b,Tx} + w_y K_{b,Ty})$$

Les facteurs de pondération w_x et w_y sont calculés pour représenter l'amplitude des forces ou des couples qui s'exercent sur la liaison. Lorsque la sollicitation est beaucoup plus grande dans une direction, alors la déformation de la liaison est elle aussi plus grande dans cette direction et le calcul de la rigidité par interpolation linéaire est plus précis.

5.2.3. Processus itératif

Comme précisé dans la section 5.2.1, les efforts dans les liaisons sont calculés en utilisant un modèle élastocinématique doté de liaisons élastiques dont les rigidités ne correspondent pas aux rigidités effectives de l'essieu. Par conséquent, les efforts calculés avec le modèle peuvent être sensiblement différents des efforts réels dans les liaisons et la rigidité identifiée avec le calcul détaillé dans la section précédente imprécise.

Pour dépasser cette limitation, le calcul des rigidités est réalisé de manière itérative. Les paramètres de rigidités du modèle élastocinématique sont modifiés pour prendre en compte les résultats des calculs précédents. Ce nouveau modèle est alors utilisé pour calculer le comportement du système pour les différents cas de charges et les efforts qui s'exercent dans chacune des liaisons. Cette démarche est représentée par un graphe en figure 5.4.

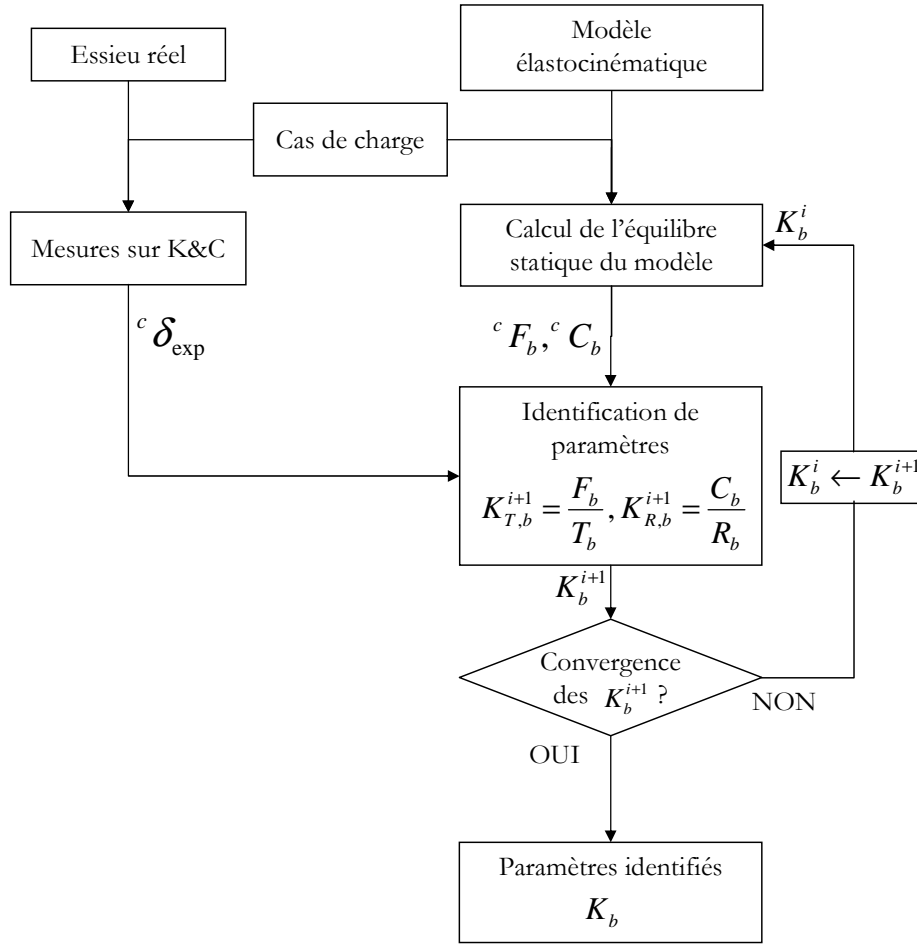


figure 5.4. Algorithme du processus itératif de l'identification

Les rigidités du modèle à l'itération $i+1$ sont calculées en utilisant les efforts calculés par le modèle à l'itération i . Pour mettre fin à cette itération, on teste la convergence des rigidités calculées à chaque pas. C'est-à-dire que chacune des rigidités calculées à l'itération $i+1$ est similaire à la rigidité calculée à l'itération i , avec une tolérance relative ε . L'identification est terminée si, quelle que soit la liaison élastique (b) et la direction considérée ($T_x \dots R_z$), l'inéquation suivante est réalisée :

$$1 - \varepsilon < \frac{K_{b,Tx}^{i+1}}{K_{b,Tx}^i} < 1 + \varepsilon \quad (5.14)$$

La similitude entre deux valeurs successives d'une rigidité est réalisée dans deux cas. Tout d'abord lorsque le paramètre est jugé non identifiable par l'analyse du coefficient de corrélation présenté à l'équation (5.12). Dans ce cas, la rigidité à l'itération i est conservée à l'itération $i+1$.

Si le paramètre est jugé identifiable et la valeur calculée identique sur deux itérations consécutives, alors cela implique que les déformations calculées avec le modèle correspondent aux déformations mesurées. Selon la relation effort – déformation définie à l'équation (5.5), la déformation de la liaison calculée par le modèle à l'itération i , $T_{b,x}^{\text{mod},i}$, est égale à :

$$F_{b,x}^i = K_{b,Tx}^i T_{b,x}^{\text{mod},i} \quad (5.15)$$

La rigidité de la liaison pour l'itération $i+1$ est calculée pour réaliser au mieux, en ne tenant pas compte des erreurs aléatoires, la relation suivante :

$$F_{b,x}^i = K_{b,Tx}^{i+1} (T_{b,x} - E_{b,Tx}^0) \quad (5.16)$$

A partir de ces deux équations, on établit :

$$K_{b,Tx}^{i+1} \cong K_{b,Tx}^i \Rightarrow (T_{b,x} - E_{b,Tx}^0) \cong T_{b,x}^{\text{mod},i} \quad (5.17)$$

La convergence systématique du processus itératif n'a pas pu être démontrée, cependant elle a été observée pour chacun des cas testés lors de la mise en œuvre de cette démarche. On remarque que, à l'issue de l'identification, le modèle élastocinématique identifié calcule des déformations de liaison similaires aux déformations observées sur l'essieu réel. Ceci ne signifie pas nécessairement que les rigidités identifiées sont identiques aux rigidités réelles.

5.3. Validation numérique et expérimentale

5.3.1. Mise en œuvre

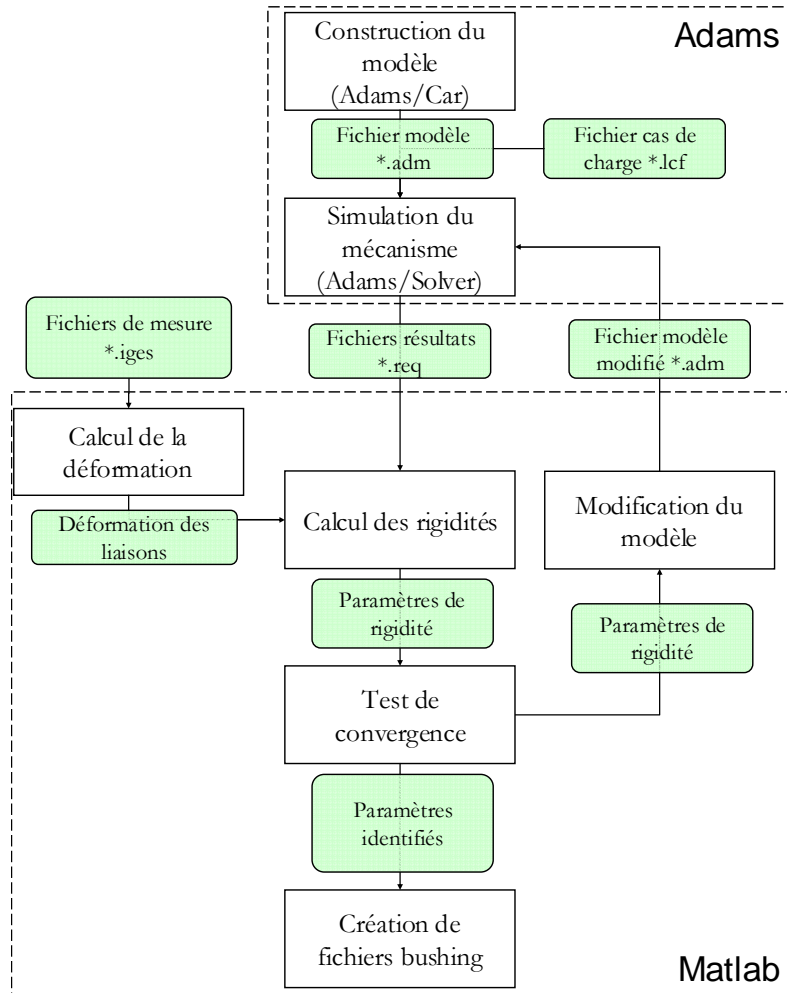


figure 5.5. Éléments logiciels du programme d'identification.

Pour pouvoir appliquer et tester cette méthode, il a été nécessaire de la transcrire sous la forme d'un programme informatique. Le langage de

programmation Matlab a été utilisé et les modèles élastocinématiques de mécanismes de liaison au sol sont réalisés avec le logiciel Adams/Car.

Comme la méthode d'identification fait appel de manière itérative au logiciel Adams pour calculer les efforts dans les liaisons, une interaction entre Matlab et le logiciel Adams a été mise au point. La figure 5.5 illustre les principales étapes de ce programme informatique. Sa structure est similaire à l'algorithme présenté en figure 5.4. Le code de ce programme est consigné en Annexe G.

5.3.1.1. Construction du modèle élastocinématique initial

La première étape consiste à créer un modèle élastocinématique de l'essieu en utilisant l'interface utilisateur du logiciel Adams. Pour construire ce modèle, on utilise la localisation et l'orientation des liaisons calculées à l'issue des mesures réalisées sur les pièces isolées et sur l'essieu à l'équilibre statique du véhicule. Ce calcul est détaillé au chapitre 2.

La rigidité des liaisons élastiques est choisie de manière arbitraire. Dans les exemples qui vont être traités, la rigidité initiale des liaisons élastiques sera toujours choisie égale à 10 000 N/mm en translation et 10 000 N.mm/deg en torsion. Cependant, il est tout à fait possible de choisir une autre estimée initiale pour approximer plus précisément la rigidité effective d'une liaison.

Enfin, il faut indiquer les cas de charges qui doivent être appliqués à l'essieu et pour lesquels il est nécessaire de calculer l'état d'équilibre du mécanisme. Ces cas de charge doivent être décrits dans un fichier texte appelé `loadcasefile (*.lcf)` par Adams, selon un format propre à ce logiciel. Un exemple de ce type de fichier correspondant aux efforts décrits dans le tableau 5-1 est donné en annexe H.

Une fois le modèle complètement décrit, celui-ci est traduit en un fichier modèle qui contient toutes les informations nécessaires au programme de calcul (Adams/Solver) pour calculer les positions d'équilibre du mécanisme correspondant à chaque cas de charge. Ce fichier modèle (*.adm) est un fichier texte (ASCII) dans lequel le comportement élastique des liaisons est décrit.

5.3.1.2. Simulation du comportement du mécanisme

A partir du fichier modèle, le logiciel de simulation calcule, pour chaque cas de charge appliqué à la roue, une position d'équilibre du mécanisme. Il y a deux possibilités pour lancer ce calcul : soit depuis l'interface graphique du logiciel A/Car ; soit en utilisant une commande DOS du type :

```
"D:\ADAMS 12.0\common\mdi.bat" acar ru-solver fichier.acf
```

Dans cette commande DOS, `mdi.bat` est le fichier de commande pour le lancement du logiciel Adams. L'argument `acar` précise le module du logiciel qui est utilisé. L'argument `ru-solver` indique qu'un calcul doit être lancé. `fichier.acf` est un fichier de commande pour le solveur Adams qui précise quel fichier modèle utiliser et dans quels fichiers les résultats doivent être enregistrés.

Ce calcul est réalisé en utilisant la formulation de Lagrange des équations de la statique. La résolution de ces équations est obtenue par une méthode itérative du type Newton Raphson [CoG97] [NeHo1]. A l'issue du calcul par Adams/Solver des positions d'équilibre correspondant aux cas de charges, un fichier résultat (*.req) est généré. Ce fichier contient, pour chaque cas de charge, toutes les

informations qui permettent de visualiser le comportement du mécanisme avec l'interface graphique du logiciel.

Il faut donc lire ce fichier et isoler l'information utile à l'identification : les efforts dans les liaisons élastiques.

5.3.1.3. Calcul des rigidités

A partir des déformations des liaisons élastiques observées sur l'essieu réel et des efforts calculés par le modèle élastocinématique, de nouvelles valeurs de rigidités sont calculées. Pour cela il faut considérer successivement chaque liaison et chaque direction de déformation. Le programme réalisant le calcul des rigidités est écrit selon l'algorithme suivant :

```
Pour chaque liaison élastique à identifier
|
|   Pour chaque direction
|   |
|   |   Calcul du coefficient de corrélation
|   |
|   |   Si la rigidité est identifiable alors :
|   |   |   Calcul du paramètre de rigidité  $K^{i+1}$ 
|   |   Sinon :
|   |   |    $K^{i+1} \leftarrow K^i$ 
|   |   Fin Si
|   Fin Pour
|
|   Si la liaison est cylindrique alors :
|   |   Égalisation des Rigidité en x et y (cf Eq. 5.13)
|   Fin Si
Fin Pour
```

5.3.1.4. Modification du modèle

A l'issue du calcul des rigidités, si la convergence n'est pas encore atteinte, les nouvelles valeurs de rigidités doivent être intégrées dans le modèle.

Pour cela, un programme recherche dans le fichier modèle (*.adm), les lignes de texte qui décrivent le comportement élastique de chaque liaison. Ces lignes sont alors modifiées conformément aux nouvelles valeurs de rigidité. A titre d'exemple, un extrait de fichier modèle décrivant le comportement d'une liaison élastique est fourni en Annexe I.

Une fois que ces lignes sont modifiées, le fichier est enregistré et une nouvelle simulation est réalisée.

5.3.2. Validation numérique sur un essieu pseudo McPherson

Cette démarche d'identification a tout d'abord été testée de manière numérique sur un demi-essieu avant de type pseudo McPherson. Il s'agit là du même essieu que celui présenté au chapitre 2.4.2. Un modèle de référence est créé à partir de la géométrie de l'essieu réel, décrite dans le Tableau 2.2.

Ce modèle de référence est utilisé pour calculer les déformations des liaisons élastiques nécessaires à l'identification. Sur ce mécanisme, on souhaite identifier les rigidités de deux liaisons : celle qui lie le bras arrière au châssis (Bushing A) et celle qui lie le bras avant au châssis (Bushing B). Une représentation graphique de ce modèle est présentée dans la figure 5.6.

Les cas de charges appliqués à cet essieu pour réaliser l'identification sont décrits dans le tableau 5-1. Dans cette série de cas de charges, l'effort vertical varie entre 1500 et 7500 N afin de couvrir presque tout le débattement vertical possible de la roue. Les efforts latéraux et longitudinaux sont appliqués à la roue pour un effort vertical de 4500 N qui correspond à l'équilibre statique du véhicule. Ils sont compris entre -4000 et 4000 N, ce qui est proche de l'amplitude maximale si on considère un coefficient de frottement de 1 du pneu sur le sol.

tableau 5-1. Série de cas de charges pour l'identification des rigidités.

Cas de charge c	Force verticale (N)	Force latérale (N)	Force longitudinale (N)
1	1500	0	0
2	3000	0	0
3	4500	0	0
4	6000	0	0
5	7500	0	0
6	4500	-4000	0
7	4500	-2000	0
8	4500	2000	0
9	4500	4000	0
10	4500	0	-4000
11	4500	0	-2000
12	4500	0	2000
13	4500	0	4000

L'application des 13 cas de charges au modèle de référence permet de déterminer l'ensemble des déformations des liaisons :

$$\begin{aligned} {}^c\delta_A &= \begin{bmatrix} {}^cT_{x,A} & {}^cT_{y,A} & {}^cT_{z,A} & {}^cR_{x,A} & {}^cR_{y,A} & {}^cR_{z,A} \end{bmatrix}^T \\ {}^c\delta_B &= \begin{bmatrix} {}^cT_{x,B} & {}^cT_{y,B} & {}^cT_{z,B} & {}^cR_{x,B} & {}^cR_{y,B} & {}^cR_{z,B} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (5.18)$$

Afin de tester l'influence de l'estimée initiale sur le processus d'identification, la méthode est appliquée avec deux estimées initiales très différentes.

Dans un premier temps, l'estimée initiale de toutes les rigidités en translation des deux liaisons élastiques est fixée à 10 000 N/mm et les rigidités en torsion sont fixées à 10 000 N.mm/deg. L'identification est appliquée à ce modèle en fixant la tolérance ε égale à 0.01. La convergence est alors obtenue au bout de 24 itérations.

La figure 5.7 présente l'évolution des paramètres de rigidité des deux liaisons élastiques au cours des itérations. Pour plus de lisibilité, les valeurs identifiées ont été divisées par la valeur nominale pour se ramener à un critère

sans dimension. Le tableau 5.2 présente les valeurs identifiées comparées aux rigidités de référence. On constate que les rigidités identifiées ne sont pas toutes égales aux rigidités de référence. Cependant, le modèle identifié possède un comportement identique au modèle de référence.

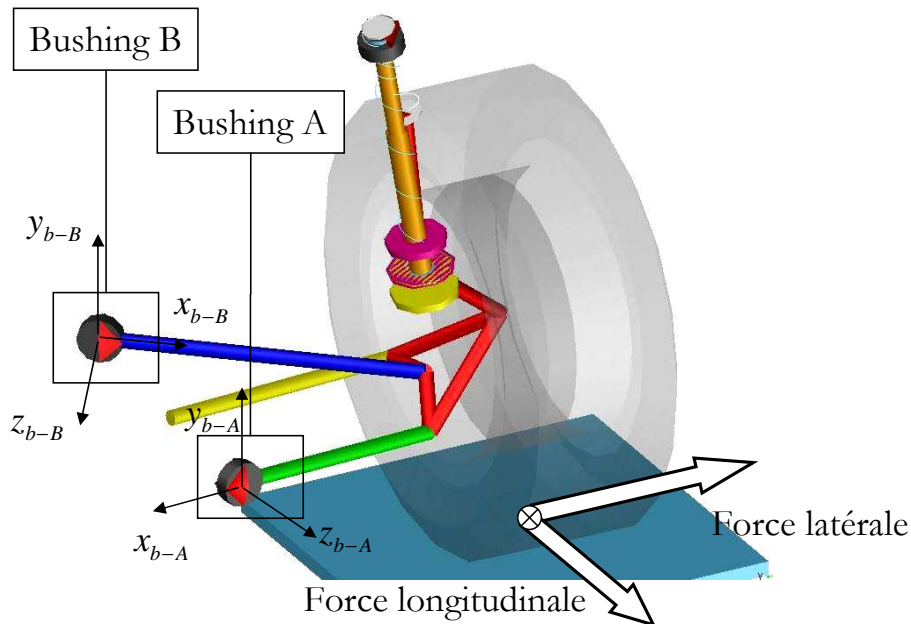
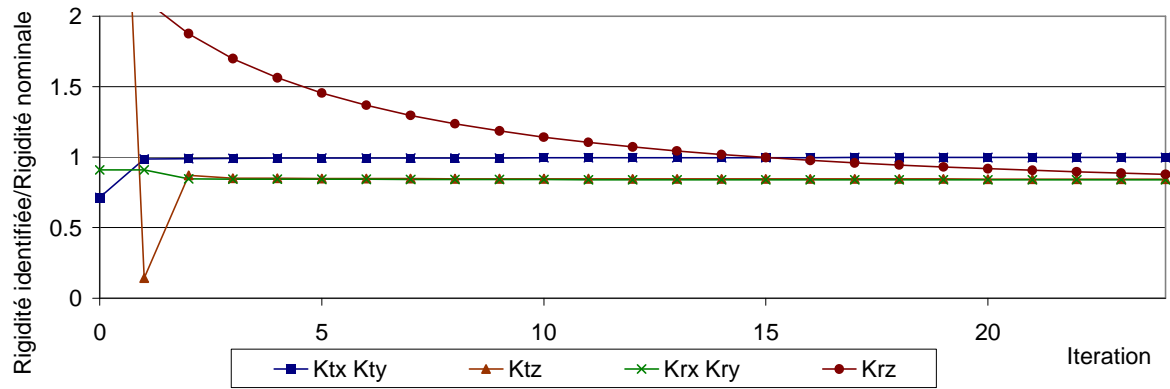


figure 5.6. Modèle élastocinématique de l'essieu pseudo McPherson.

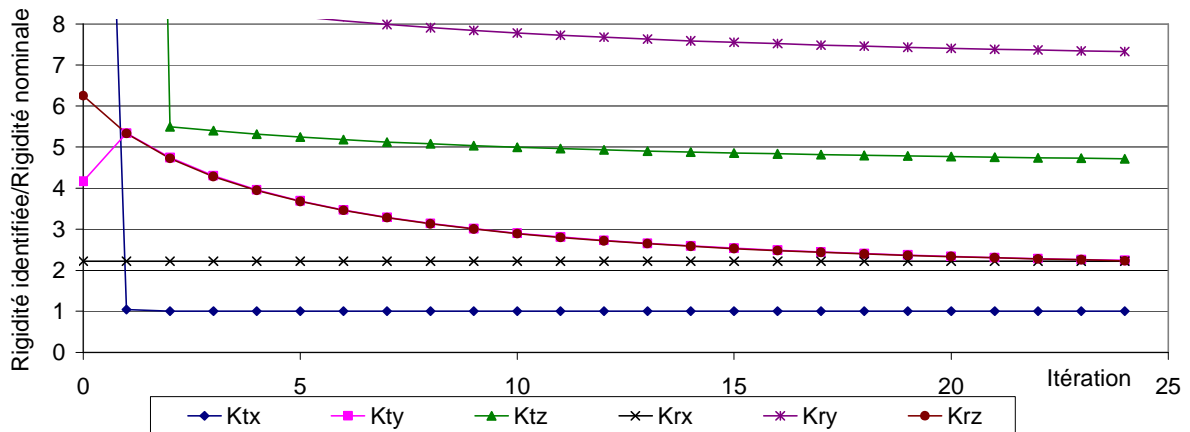
La même identification est menée avec une estimée initiale de 500 N/mm pour les rigidités en translation et 500 N.mm/deg pour les rigidités en torsion. Dans ce cas, le nombre d'itérations avant convergence du processus est plus important. La figure 5.8 représente l'évolution des paramètres de rigidités au cours de cette identification et le tableau 5-3 compare les rigidités identifiées avec les rigidités de référence.

Le modèle identifié possède un comportement identique au modèle de référence même si les rigidités identifiées ne sont pas égales au modèle de référence. Cette similitude de comportement peut être constatée dans la figure 5.9 qui représente le braquage de la roue en fonction des efforts latéraux et longitudinaux pour le modèle de référence et les deux modèles identifiés. Les autres épures élastocinématiques, qui ne sont pas reproduites ici, montrent de la même manière une identité de comportement entre les modèles.

On peut constater que dans les deux cas, les rigidités en translation selon l'axe x des deux liaisons sont identifiées correctement à la première itération. Il s'agit de deux paramètres de rigidité influents sur le comportement du mécanisme. A l'opposée, les rigidités en rotation autour de l'axe x des deux liaisons ne sont pas identifiées. Ces rigidités ne sont pas sollicitées au cours du fonctionnement du mécanisme et, par conséquent, n'ont pas d'influence sur son comportement. Entre ces deux extrêmes, il y a des paramètres qui influencent faiblement et de manière couplée le comportement du mécanisme. Ainsi, les rigidités en rotation autour de l'axe z des deux liaisons participent simultanément à la rigidité verticale de la suspension. Par conséquent, il n'est pas possible d'identifier de manière différenciée ces deux rigidités.



a - Evolution des rigidités du bushing A



b - Evolution des rigidités du bushing B

figure 5.7. Évolution des paramètres de rigidités pour une rigidité initiale de 10^4 N/mm et 10^4 N.mm/deg.

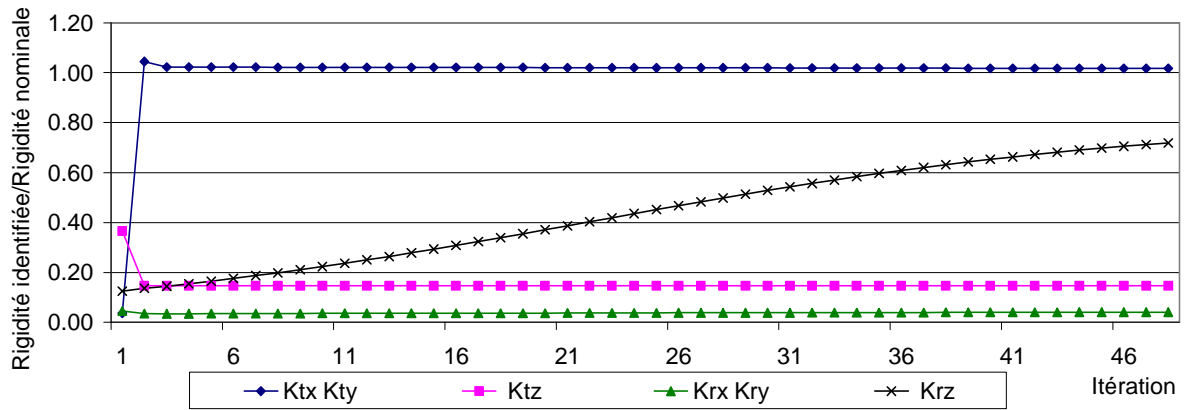
tableau 5.2. Rigidités identifiées avec une rigidité initiale de 10^4 N/mm et 10^4 N.mm/deg.

Bushing A	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Rigidité référence	13875	13875	1370	11000	11000	4000

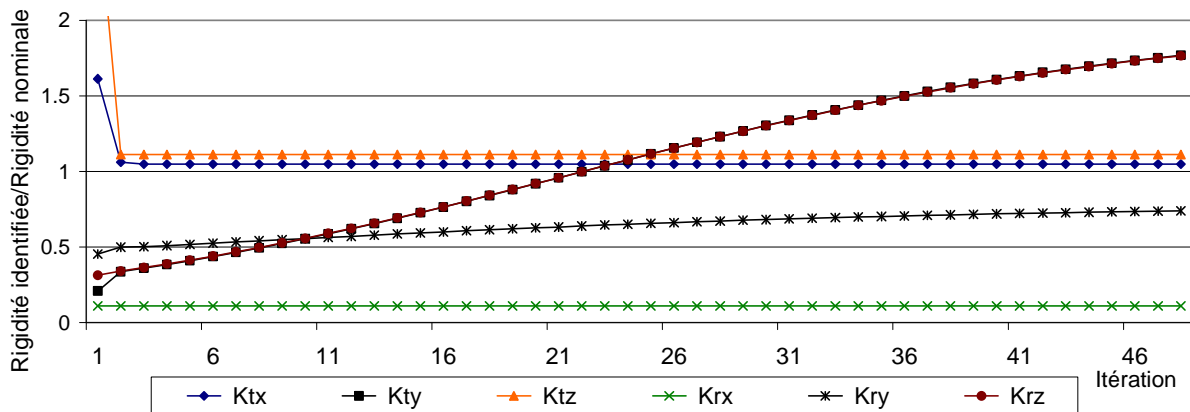
Estimation initiale	10000	10000	10000	10000	10000	10000
Rigidité identifiée	13959	12318	1180	9223	9223	3550
Identifiée/référence	1.01	0.89	0.86	0.84	0.84	0.89

Bushing B	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Rigidité référence	310	2400	180	4500	1100	1600

Estimation initiale	10000	10000	10000	10000	10000	10000
Rigidité identifiée	310.805	5370.34	849.032	10000	8055.79	3569.9
Identifiée/référence	1.00	2.24	4.72	2.22	7.32	2.23



a - Evolution des rigidités du bushing A



b - Evolution des rigidités du bushing B

figure 5.8 Évolution des paramètres de rigidités pour une rigidité initiale de 500 N/mm et 500 N.mm/deg.

tableau 5-3 : Rigidités identifiées avec une estimation initiale de 500 N/mm et 500 N.mm/deg.

Bushing A	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Rigidité référence	13875	13875	1370	11000	11000	4000

Estimation initiale	500	500	500	500	500	500
Rigidité identifiée	14116	14116	200	451	451	2876
Identifiée/référence	1.02	1.02	0.15	0.04	0.04	0.72

Bushing B	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Rigidité référence	310	2400	180	4500	1100	1600

Estimation initiale	500	500	500	500	500	500
Rigidité identifiée	325	4244	200	500	813	2824
Identifiée/référence	1.05	1.77	1.11	0.11	0.74	1.76

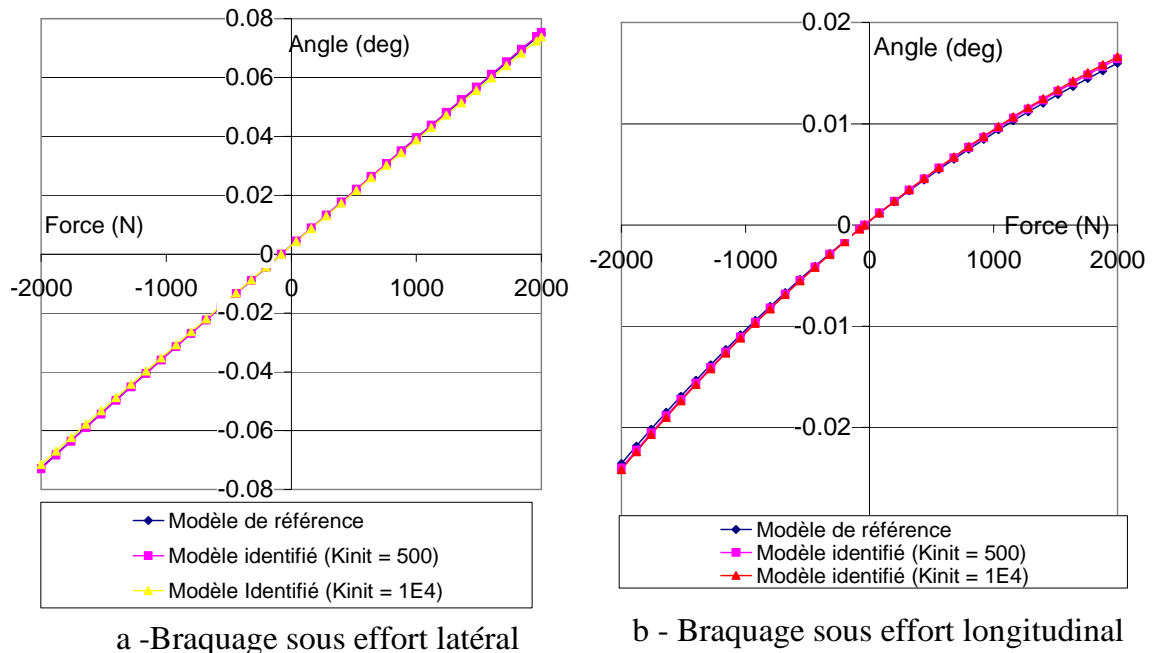


figure 5.9. Comparaison des comportements des différents modèles sous sollicitation longitudinale et latérale.

Il existe donc une infinité de solutions au problème d'identification. L'algorithme proposé permet d'identifier une solution particulière. Cette solution particulière dépend de l'estimée initiale sur les paramètres de rigidité.

5.3.3. Validation numérique sur un essieu OCP

Pour valider l'intérêt de cette méthode pour un mécanisme plus complexe et sa robustesse aux incertitudes de mesure, la démarche d'identification a été testée numériquement sur l'essieu Optimized Contact Patch (OCP), présenté dans le chapitre 1.

La figure 5.10-a présente le modèle CAO de l'essieu OCP. La structure mécanique de cet essieu est plus complexe que celle d'essieux conventionnels. Elle comprend un nombre important de pièces et de liaisons élastiques. On dispose d'un modèle élastocinématique de cet essieu qui nous sert de référence pour l'identification. Ce modèle est représenté dans la figure 5.10-b. Comme l'essieu est symétrique, l'identification a pour but de calculer les rigidités des 12 liaisons élastiques du côté droit notés B_i ($i=1..12$) dans la figure 5.10-b. De plus, on fait l'hypothèse que ces liaisons possèdent une symétrie cylindrique, par conséquent seuls 4 paramètres scalaires de rigidité sont requis par liaisons. On a donc un problème avec 48 inconnues.

Pour réaliser l'identification, tous les cas de charges décrits dans le tableau 5-1 sont appliqués à ce modèle. Pour tenir compte de manière réaliste des incertitudes de mesure dans la procédure d'identification, des points sont positionnés sur les pièces de l'essieu pour représenter les amers. La position de chacun de ces points est calculée pour chaque cas de charge appliqué au modèle de référence. Un bruit aléatoire, de distribution normale et d'écart type égal à 0.05 mm est ensuite ajouté à chacune des coordonnées de points. Cette grandeur de bruit est choisie pour être représentative des incertitudes de mesures lorsque celles-ci sont réalisées avec un bras de mesure portable, dans des conditions d'accessibilités difficiles.

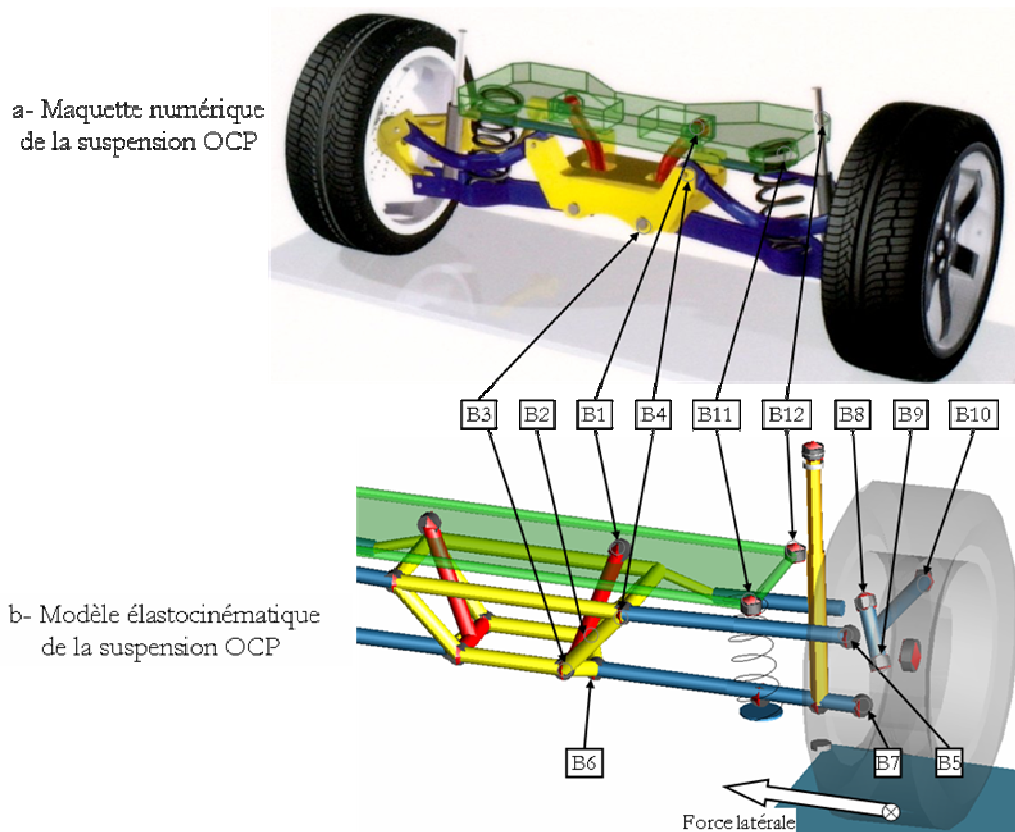


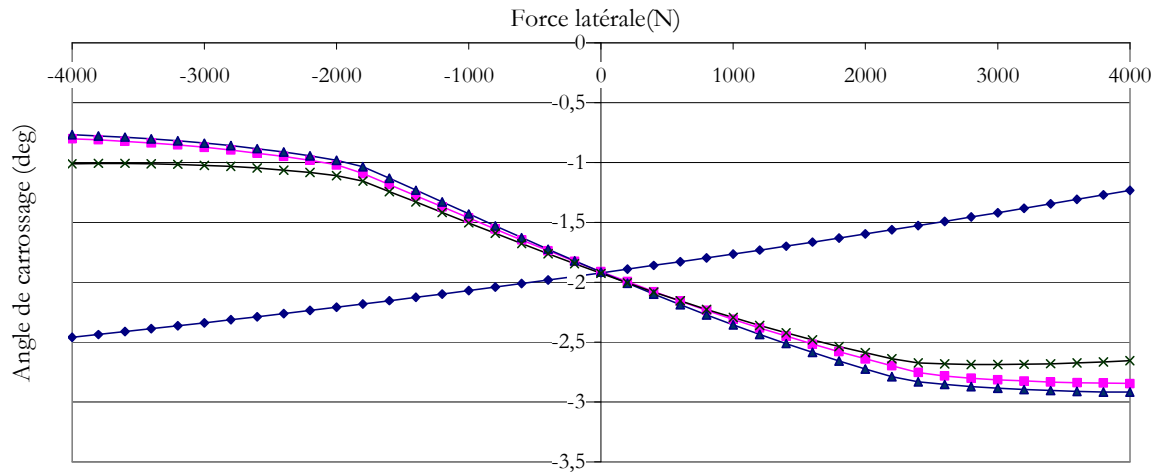
figure 5.10. Modèles CAO et ADAMS de l'essieu arrière OCP

Dans un deuxième temps la même identification est menée en l'absence de bruit sur les coordonnées des amers. Ce modèle permet de vérifier la validité de l'identification dans des conditions idéales.

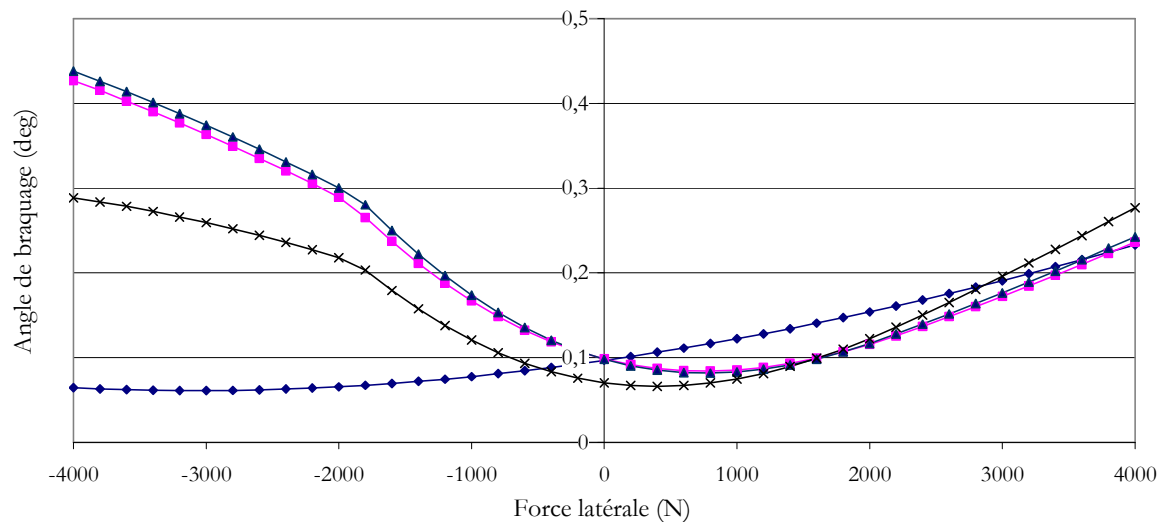
A partir de la position des points rendue volontairement imprécise, la déformation des liaisons élastiques est calculée selon la méthode détaillée dans le chapitre 2. Un deuxième modèle élastocinématique, de géométrie identique au modèle de référence, est utilisé pour l'identification. L'estimation initiale des rigidités est de 10 000 N/mm et 10 000 N.mm/deg pour toutes les liaisons.

En raison de la présence de bruit et de la complexité du mécanisme, la convergence de l'identification est plus lente. Pour réaliser l'identification avec un nombre raisonnable d'itérations, la tolérance ε est fixée à 0.05. La convergence est alors obtenue au bout de 50 itérations. Au cours de l'identification, 17 paramètres sur 48 ne sont pas identifiés et l'estimation initiale est conservée.

Pour juger de la qualité du modèle identifié et estimer l'influence des incertitudes de mesure, on compare le comportement de la roue pour différents types de sollicitations. Les épures présentées dans la figure 5.11 permettent d'illustrer le comportement de cet essieu sous effort latéral. Quatre courbes sont présentées dans chaque graphique. Les comportements représentés sont ceux du modèle de référence, du modèle avant identification pour lequel toutes les raideurs de liaison élastique sont identiques, le modèle identifié en l'absence de bruit et le modèle identifié avec bruit.



a - Carrossage sous effort latéral



b - Angle de braquage sous effort latéral.



figure 5.11. Comportement des différents modèles élastocinématiques de l'essieu OCP sous effort latéral

La figure 5.11-a représente la prise de contre-carrossage sous effort latéral. Ce comportement est particulièrement important car c'est la prise de contre-carrossage qui permet d'améliorer le comportement du véhicule. On constate que l'estimation initiale des raideurs amène à un comportement très éloigné du comportement du modèle de référence. Ces raideurs initiales ne permettent pas le fonctionnement correct du mécanisme.

L'identification du modèle en l'absence d'incertitudes sur la localisation des amers permet d'obtenir un comportement très proche du comportement de référence. L'introduction d'une erreur aléatoire sur la localisation des amers ne nous permet pas d'atteindre la corrélation parfaite avec le modèle de référence. Pour cette épure, l'erreur est toutefois, faible par rapport à l'amplitude de la variation de carrossage.

Cependant, dans la figure 5.11-b qui présente la prise de braquage sous effort latéral, l'erreur de 0.1 degré générée par l'introduction du bruit est plus significative. En effet l'amplitude de la variation de braquage est beaucoup plus faible, de l'ordre de 0.4 degrés.

Il apparaît donc que la qualité des mesures est un facteur déterminant pour la qualité du modèle identifié. Cette méthode d'identification ne peut pas identifier les rigidités de liaisons dont l'amplitude des déformations est inférieure à la capacité de mesure. Si de telles liaisons jouent un rôle important dans le comportement de la liaison alors il est nécessaire d'envisager d'autres méthodes d'identification.

5.3.4. Validation expérimentale

Le montage expérimental utilisé pour valider la méthode d'identification est le même que celui présenté au chapitre 2.4.2. Un demi essieu de type pseudo McPherson est positionné sur un banc K&C par l'intermédiaire d'un bâti mécano soudé. UN bras de mesure tridimensionnelle complète les dispositifs de mesure du déplacement de la roue propres au banc. La structure cinématique de l'essieu de test est donnée dans la figure figure 2.15. La géométrie du modèle utilisé pour l'identification est celle obtenue en appliquant la démarche décrite au chapitre 2.

Les cas de charges appliqués à cet essieu sont différents de ceux utilisés pour les validations numériques car la campagne d'essais a précédé la définition de la méthode d'identification. La série de cas de charges utilisée est décrite dans le Tableau 4.4.

A partir des résultats expérimentaux, on cherche à calculer les paramètres de rigidités des liaisons élastiques sur les bras avant (point B) et arrière (point A). Les rigidités de la liaison élastique au sommet de la jambe de force ne peuvent être identifiées. Il n'est pas possible de mesurer précisément les déplacements de la jambe de force et, par conséquent, les déformations de cette liaison ne peuvent être calculées.

L'estimée initiale de la rigidité des liaisons A et B est fixée à 10 000 N/mm en translation et 10 000 N.mm/deg en torsion. Les rigidités calculées à l'issue de l'identification ainsi que les rigidités nominales sont présentées dans le tableau tableau 5.4.

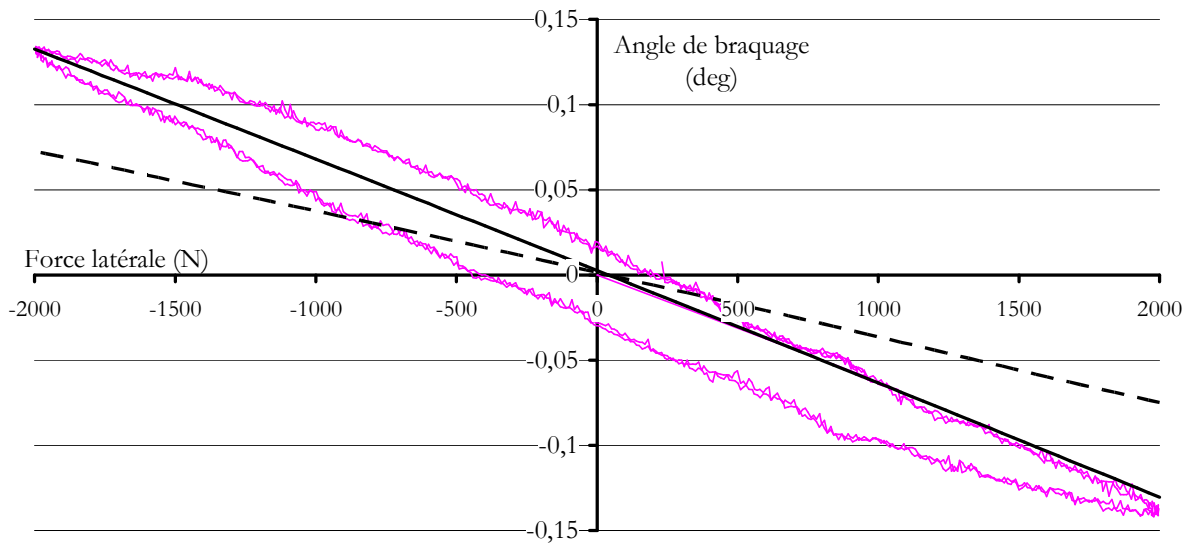
tableau 5.4. Comparaison des rigidités identifiées avec les rigidités nominales.

Bushing A	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Rigidité nominale	13875	13875	1370	11000	11000	4000
Estimation initiale	10000	10000	10000	10000	10000	10000
Rigidités identifiées	7297	10000	10000	10000	6830	5066

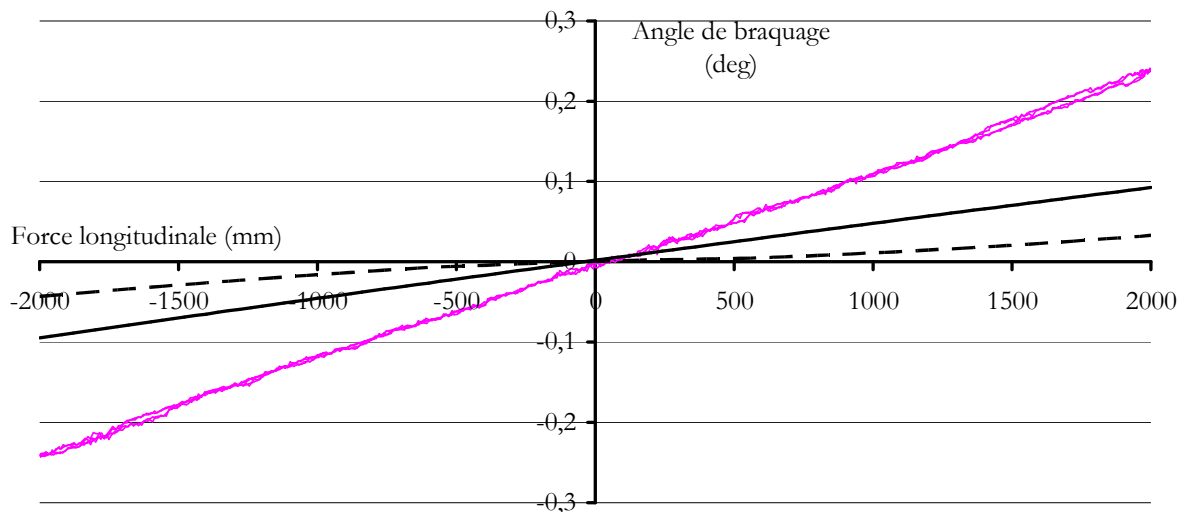
Bushing B	Ktx (N/mm)	Kty (N/mm)	Ktz (N/mm)	Krx (N.mm/deg)	Kry (N.mm/deg)	Krz (N.mm/deg)
Rigidité nominale	310	2400	180	4500	1100	1600
Estimation initiale	10000	10000	10000	10000	10000	10000

Rigidités identifiées	365	500	10000	10000	3404	4822
-----------------------	-----	-----	-------	-------	------	------

La principale différence entre ces deux séries de valeurs est la rigidité en translation de la liaison A. Alors que la rigidité nominale pour ce modèle de liaison élastique est d'environ 14 000 N/mm, la valeur de rigidité qui permet de reproduire au mieux les déformations observées est de 7 300 N/mm. Cette modification peut s'expliquer par le fait que la rigidité identifiée ne tient pas uniquement compte des déformations de la liaison élastique, mais aussi des déformations des pièces métalliques proches : vis, système de fixation, bras de suspension. En effet, dans le cas d'une liaison élastique très rigide, ces déformations peuvent ne pas être négligeables face à la déformation propre de la liaison.



a - Angle de braquage sous effort latéral



b - Angle de braquage sous effort freineur.

— Résultats expérimentaux - - - Modèle avec rigidités nominales — Modèle avec rigidités identifiées

figure 5.12. Comparaison des résultats expérimentaux et des modèles élastocinématiques de l'essieu pseudo McPherson

Lorsque l'on compare le comportement des modèles avec rigidités nominales et identifiées, on ne constate pas de différences significatives pour les mouvements de roue au cours d'un débattement vertical. Les épures cinématiques présentées dans la figure 2.18 restent pratiquement inchangées après identification des rigidités.

Cependant le comportement du modèle pour des efforts latéraux et longitudinaux appliqués à la roue est sensiblement amélioré. La figure 5.12-a représente la variation de braquage en fonction de l'effort latéral. On constate que, alors que le modèle initial est trop rigide, le modèle identifié approche au mieux le comportement réel de l'essieu. L'hystérésis observée sur l'essieu réel est due aux déformations plastiques qui existent dans les liaisons élastiques et à des frottements secs dans les rotules. Ces phénomènes ne sont pas modélisés dans les modèles élastocinématiques utilisés.

La figure 5.12-b présente la variation du braquage sous effort longitudinal. Ce comportement de l'essieu réel est très mal reproduit par le modèle initial. Là où l'essieu réel présente une amplitude de braquage de 0.5 degré, le modèle initial a une amplitude de braquage de 0.1 degré. L'identification des rigidités améliore les comportements, mais de manière limitée car l'amplitude du braquage après identification est de 0.2 degré. Cette limitation est liée aux hypothèses simplificatrices du modèle qui considère toutes les pièces du mécanisme indéformables.

5.4. Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle méthode d'identification des paramètres de rigidité dans les mécanismes de liaison au sol est proposée. Celle-ci se base sur l'observation des déplacements des pièces au cours du fonctionnement du mécanisme. Cette observation est rendue possible par l'utilisation d'un bras de mesure tridimensionnel et d'un banc K&C.

Les mesures permettent de calculer l'état de déformation de chaque liaison élastique, exprimé sous la forme de 3 paramètres de translation et 3 angles de rotation, pour chaque effort appliqué à la roue de l'essieu. L'utilisation d'un outil de simulation multicorps permet ensuite d'identifier les paramètres de rigidités qui assurent au modèle élastocinématique de reproduire au mieux les déformations observées. Cette méthode ne permet toutefois pas de calculer les paramètres de rigidités d'une liaison élastique dont les déformations sont trop faibles pour pouvoir être correctement mesurées par l'intermédiaire du bras de mesure.

Basée sur un algorithme itératif simple, cette méthode peut s'appliquer à tout type de mécanisme. Une validation basée sur la simulation numérique permet de s'assurer de la validité de la méthode pour les mécanismes de suspension complexes comportant un grand nombre de liaisons élastiques. À l'issue de l'identification le modèle présente un comportement similaire au mécanisme à identifier malgré l'introduction d'un bruit de mesure.

La validation expérimentale de la démarche est menée sur un essieu pseudo McPherson. Cette application démontre les apports de la méthode en améliorant significativement le comportement du modèle lorsque des efforts latéraux et longitudinaux sont appliqués à la roue.

À l'issue de l'identification, la qualité du modèle est plus limitée par l'hypothèse de modélisation des corps solides indéformables que par la qualité des paramètres géométriques et des paramètres de rigidités.

6. Conclusions et perspectives

L'évolution des outils de simulation, afin de pouvoir simuler plus finement le comportement des mécanismes de liaison au sol, a entraîné une augmentation de la complexité des modèles élastocinématiques utilisés pour la conception des essieux. La création du modèle élastocinématique d'un essieu existant nécessite alors la détermination d'un grand nombre de paramètres, ce qui représente un travail de mesure et de caractérisation important. Malgré cela, en raison des incertitudes qui subsistent sur les paramètres, des différences significatives apparaissent entre le comportement du modèle et celui du système réel.

Ce travail de thèse avait pour objectif d'établir de nouvelles méthodes de caractérisation des mécanismes de liaison au sol afin d'obtenir des informations plus complètes et plus précises sur le mécanisme en fonctionnement. Ces informations permettent d'identifier les paramètres essentiels du modèle élastocinématique afin d'obtenir une meilleure corrélation avec le système réel.

Nous avons proposé dans une première partie (chapitre 2) une méthode de calcul de la position et de l'orientation des pièces du mécanisme basée sur l'utilisation d'un bras de mesure et de points de références disposés sur chacune des pièces. Cette méthode de localisation nous permet ainsi de déterminer la position et l'orientation des liaisons qui ne sont pas mesurables directement dans le mécanisme. Il nous est alors possible de réaliser une première identification des paramètres géométriques pour corriger les incertitudes liées aux jeux d'assemblage. La mise en œuvre de ces méthodes de caractérisation et d'identification a confirmé les apports en termes de simplicité des opérations de mesure et de qualité du modèle élastocinématique.

Cependant, cette première méthode d'identification géométrique nécessite de démonter l'essieu afin de réaliser la mesure des pièces de manière séparée. Pour pouvoir s'affranchir de cette étape de démontage, nous avons développé, dans le chapitre 3, une méthode d'identification des paramètres géométriques par l'analyse du mouvement des pièces dans le mécanisme en fonctionnement. Expérimentalement, cette méthode nécessite de mesurer la localisation des amers positionnés sur les pièces du mécanisme pour différents cas de charge appliqués à l'essieu. Il s'agit ensuite de calculer la position et l'orientation des différentes liaisons, cinématiques et élastiques, présentes dans le mécanisme. La validation numérique et expérimentale de ces méthodes a permis de vérifier la précision de l'identification pour les liaisons cinématiques. L'identification des liaisons élastiques est moins précise en l'absence d'informations sur les rigidités de ces liaisons. Nous avons toutefois montré que cette identification géométrique sans démontage permet de construire un modèle réaliste du mécanisme.

Pour définir un modèle élastocinématique représentatif du comportement d'un essieu, nous avons vu qu'il est indispensable d'identifier les paramètres de rigidités des liaisons élastiques. A partir de l'observation du mécanisme pour différents cas de charges, nous avons proposé une première méthode basée sur l'exploitation des équations du mouvement (chapitre 4). L'application de cette méthode nécessite l'utilisation combinée d'un banc de caractérisation K&C et d'un bras de mesure. Lorsque l'on fait l'hypothèse du comportement linéaire des liaisons élastiques, il est possible d'exprimer le problème d'identification sous la forme d'un système d'équations linéaires. La validité et le caractère générique de

cette approche ont été testés numériquement sur différents types de mécanismes. L'application de cette méthode en utilisant des données expérimentales nous a permis d'établir un modèle représentatif de l'essieu réel. Cependant il apparaît que de nombreux paramètres ne sont pas identifiables car les liaisons élastiques ne sont pas sollicitées dans toutes les directions pour les cas de charge utilisés. De plus, la mise en œuvre de cette méthode nécessite une connaissance exhaustive de la position des pièces dans le mécanisme. C'est pourquoi une deuxième méthode d'identification des paramètres de rigidités est proposée.

L'identification itérative des paramètres de rigidité des liaisons élastique, développée dans le chapitre 5, se base sur l'utilisation d'un logiciel de simulation de mécanismes multicorps. Cette méthode consiste à modifier les paramètres d'un modèle existant afin d'obtenir par simulation des déformations des liaisons élastiques identiques aux déformations observées sur le système réel. La validation numérique de cette démarche a été réalisée pour deux types de mécanismes différents de liaison au sol permettant ainsi de vérifier la convergence de comportement du modèle à identifier vers le modèle de référence, même en présence d'imprécisions sur la localisation des amers et pour des mécanismes ayant une structure cinématique complexe. Une validation expérimentale permet de vérifier que l'identification améliore le comportement du modèle.

Les méthodes et résultats présentés ici ouvrent différentes perspectives pour l'amélioration des pratiques de modélisation des mécanismes de liaison au sol.

Tout d'abord il apparaît qu'un travail de validation expérimental plus large est une nécessité pour pouvoir déterminer de manière plus précise les capacités des méthodes d'identification présentées dans cette thèse. Il serait ainsi nécessaire d'appliquer ces démarches d'identification à des essieux de différentes architectures, en appliquant des cas de charges très différents. Ces validations démontreraient l'utilité et la généralité des méthodes.

Concernant l'identification géométrique sans démontage, nous avons vu dans le chapitre 3 que la localisation des liaisons élastiques était réalisée avec une précision limitée à quelques millimètres. Cette limitation est liée aux hypothèses simplificatrices faites sur le comportement de ces liaisons. Cette identification géométrique pourrait être améliorée en développant de nouvelles méthodes de calcul basées sur des hypothèses moins restrictives. Il serait notamment possible d'associer les méthodes d'identification de la géométrie et des rigidités afin de disposer d'une méthode globale plus efficace. En effet, les informations apportées par l'identification des paramètres de rigidité permettraient de mieux prendre en compte le comportement des liaisons élastiques lors de l'analyse du mouvement des pièces.

L'une des principales perspectives ouverte par l'utilisation des équations d'équilibre du mécanisme pour l'identification des paramètres de rigidité concerne l'analyse de l'influence de chaque paramètre de rigidité sur le comportement de la roue. Il est ainsi possible de définir à partir de l'observation d'une ou plusieurs positions d'équilibre quels sont les paramètres de conception les plus influents sur les performances du mécanisme. Une telle information est essentielle pour le concepteur qui doit améliorer le comportement global de l'essieu tout en respectant de nombreuses contraintes techniques.

Pour pouvoir utiliser de manière fiable cette méthode d'identification directe des paramètres de rigidité, il serait nécessaire d'analyser l'influence des incertitudes de mesure sur la précision de l'identification. Une telle analyse

représente un travail important étant donné la complexité de la méthode, cependant elle est nécessaire pour lui définir un domaine de validité.

La deuxième méthode d'identification des paramètres de rigidité se base sur un processus itératif de calcul des rigidités. Bien que la convergence de processus ait été observée au cours des différentes mises en œuvre, même pour des mécanismes très complexes, il n'a pas été possible de démontrer cette convergence. Une telle démonstration serait pourtant nécessaire pour pouvoir garantir la généralité de la méthode proposée.

Au cours de notre travail sur l'identification des rigidités, nous avons pris comme hypothèse le comportement linéaire des liaisons élastiques. Une perspective immédiate est d'étendre les méthodes d'identification présentées pour des comportements non linéaires. Cependant, pour pouvoir identifier de tels comportements, il sera nécessaire de disposer de données expérimentales plus riches et plus précises que celles qu'il nous a été possible d'obtenir au cours de nos travaux.

Il apparaît aussi possible d'adapter nos méthodes d'identification pour pouvoir évaluer la rigidité des pièces constitutives des essieux. En effet dans certains cas, il est nécessaire de considérer la déformation des pièces pour reproduire correctement le comportement du système. Une telle méthode d'identification devra se baser sur l'utilisation d'un nombre plus important d'amers. L'analyse de l'évolution des distances entre amers en fonction des efforts appliqués sur le mécanisme permettrait d'observer la flexibilité des pièces. Cependant, l'identification du comportement élastique des pièces d'un essieu nécessitera là encore de disposer de données expérimentales plus précises.

C'est pourquoi une perspective importante à l'issue de ce travail concerne les méthodes de mesure tridimensionnelles sur véhicule. Il serait intéressant d'explorer les moyens métrologiques et les protocoles qui nous permettraient de disposer d'une information d'une précision supérieure, compte tenu des fortes contraintes d'encombrement et d'accessibilité.

Enfin, nous avons proposé dans le chapitre 4 une méthode d'identification basée sur les équations du mouvement du mécanisme simplifiées au cas statique. Cette approche théorique pourrait être étendue pour l'identification des paramètres dynamiques (inertie, amortissement) d'un système mécanique. Il faudrait pour cela être capable de déterminer les vitesses et accélérations des pièces du mécanisme à identifier.

Bibliographie

- [AAG00] R.I Aviles, G. Ajuria, V. Gomez-Garay, S. Navalpotro. Comparison among nonlinear optimization methods for the static equilibrium analysis of multibody systems with rigid and elastic elements. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, Issue 8, 1 August 2000, Pages 1151-1168.
- [ABG04] F. Andre, M.Blondelet, G.Gogu, L.Serra. Vehicle wheel suspension device. *Patent WO2004009383*. Michelin recherche et technique S.A, Janvier 2004.
- [AHB87] K. S. Arun, T. S. Huang, S. D. Blostein. Least-squares fitting of two 3-D point sets. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1987, Vol 9 pp. 698-700.
- [AnS88] J. Angeles, L. Sang Koo. The formulation of dynamical equations of holonomic mechanical systems using a natural orthogonal complement. *J. of applied mechanics*. 1988, vol. 55, N° 1, pp. 243-244.
- [BGP02] M.Blondelet, G.Gogu, O.Piffard, L.Serra, D.Vernier. Suspension device of a motor vehicle wheel. *Patent WO02058949*, Societe de Technologie Michelin, Aout 2002.
- [Blu98] M.V.Blundell. Influence of rubber bush compliance on vehicle suspension movement. *Material & Design*, 1998, N° 19, p 29-37.
- [Blu99] M.V.Blundell. The modelling and simulation of vehicle handling. *Proc Instn Mech Engrs Part K : J. of Multibody dynamic*, 1999, vol 213 N°2.
- [Bou06] N.Bouton. Modélisation et caractérisation du comportement menant au renversement d'engins agricoles. *Rapport de Master Recherche*. Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, 2006.
- [CoG97] J.B. McConville, J.F. McGrath. Introduction to ADAMS Theory. *Mechanical Dynamics, Inc. Online knowledge base*, <http://support.mscsoftware.com>, Paper #31-KB8788. May 2, 1997.
- [DDH00] T. Debus, P. Dupont, R.Howe. Automatic identification of local geometric properties during teleoperation. *Proceedings of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation ICRA '00*, April 2000, San Francisco, Vol. 4, pp 3428-3434. ISBN: 0-7803-5886-4
- [DMS02] G. Dreyfus, J.M. Martinez, M.Samuelides. Réseaux de neurones : Méthodologie et applications. *Eyrolle*, Paris, 2002. ISBN 2212110197.
- [DSH97] Pierre E. Dupont, Timothy M. Schulteis Robert D. Howe. Experimental identification of Kinematic constraints. *Proc. of the Int. Conf. on Robotics and Automation*, Albuquerque, New Mexico, April 1997.
- [ELF97] D.W. Eggert, A. Lorusso, R.B. Fisher. Estimating 3-D rigid body transformations: a comparison of four major algorithms. *Machine Vision and Applications*, 1997, Vol. 9, N° 5–6, pp. 272–290
- [Esa99] I.Esat. Genetic algorithm-based optimisation of a vehicle suspension system. *Int. J. of Vehicle Design*. 1999, Vol.21, N° 2–3, pp. 148–160.
- [FaV02] J.C.Fauroux, A.Vaxelaire, DT-VAM : a Distributed Tutorial for Virtual Analysis of Mechanisms. Application to car suspension mechanisms. *Proc. of VIRTUAL CONCEPT 2002*, Biarritz, France, pp. 98-103, Octobre 2002. ISBN 2-9514772-2-8.
- [Fri06] A.Frichou. Impact des réglages du véhicule sur la stabilité au freinage. *Rapport de Master recherche*. Laboratoire Mécanique et Ingénierie, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand 2006.
- [Gan02] H.Gan. An Integrated Multiaxial Force Model for Rubber Bushing and Mount. *MSC.ADAMS 2002 North American Users Conference*, paper N° 1-KB10057

- [GHY04] D.L.Guo, H.Y.Hu, J.Q.Yi. Neural Network Control for a Semi-Active Vehicle Suspension with a Magnetorheological Damper. *Journal of Vibration and Control*, 2004, Vol. 10, No. 3, 461-471.
- [GoC96] Grigore GOGU, Philippe COIFFET. Représentation du mouvement des corps solides. *Editions Hermes*, 1996, ISBN : 2-86601-531-2
- [Hal95] T.Halconrui. Les liaisons au sol. *Editions Techniques pour l'Automobile et l'Industrie*, 1995. ISBN : 2- 7268-8250-1.
- [Hei02] B.Heissing. Dynamik der Strassenfahrzeuge. *Cours de l'université de Munich*, 2002.
- [Heu02] L. HEUZE. Contribution à la synthèse et à la modélisation de mécanisme de suspension réactif. *Thèse de doctorat*, 2002, Laboratoire de Recherche et Applications en Mécanique Avancée, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand.
- [HNH99] C.Halfman, O.Nelles, H.Holzmann. Modeling and identification of the vehicle suspension characteristics using local linear Model trees. *Proc of the 1999 IEEE Int. Conf. on Control Applications*, Aout 1999, Hawai'i, USA.
- [HRG05] L.Heuze, P.Ray, G.Gogu , L.Serra , F.André. Design studies for a new suspension mechanism. *Proc. IMechE Part D: J. Automobile Engineering*. Vol 217, N°7, 2005, pp 529-535. ISSN: 0954-4070.
- [JMO06] J. Jamshidi, A.R. Mileham, G.W. Owen. Rapid and accurate data integration method for reverse engineering application. *Proc. of Int. Conf. on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*. May 2006, Grenoble, France
- [JoH02] H. Josephs, R.L. Huston. Dynamics of Mechanical Systems, pp 77-113. CRC Press, Florida, USA, 2002. ISBN 0-8493-0593-4
- [Kar04] D.Karnopp. Vehicle stability. *Marcel Dekker Publishing*, Mars 2004, ISBN: 0824757114
- [KhD99] Wisama KHALIL, Etienne DOMBRE. Modélisation identification et commande des robots. *Editions Hermes*, 1999. ISBN 2-7462-0003-1.
- [KiR00] C.Kim, P.I.Ro. Reduced-order modelling and parameter estimation for a quarter-car suspension system. *Proc. IMechE Part D: J. Automobile Engineering*, 2000, Vol 214, pp 851-864.
- [KnM06] J. Knapczyk, M. Maniowski. Elastokinematic modelling of five rod suspension with subframe. *Mechanism and Machine Theory*, 2006.
- [KRK99] C.Kim, P.I.Ro, H.Kim. Effect of the suspension structure on equivalent suspension parameters. *Proc. IMechE Part D: J. Automobile Engineering*, 1999, Vol 213, pp 457-470.
- [KWH03] J. Kadowec, A. Wineman, G. Hulbert. Elastomer bushing response: experiments and finite element modelling. *Acta Mechanica*, 2003, Vol. 163, N° 1-2, p 25-38. ISSN: 0001-5970
- [KYL97] J.S. Kang, J.R.Yun, J.M.Lee and T.O.Tak. Elastokinematic Analysis and Optimization of Suspension Compliance Characteristics. *SAE Technical Paper*, No. 970104, Society of Automotive Engineers, 1997.
- [LaF98] I.D. Landau, C. Foulard. Identification et commande des systèmes. *Editions Hermès*, 1998. ISBN 2866011198.
- [LiW98] K.M. Liew, Q.Wang. Application of Wavelet Theory for Crack Identification in Structures. *Journal of Engineering Mechanics*, Volume 124, Issue 2, pp. 152-157. February 1998.
- [Lju99] Lennart Ljung. System Identification – Theory for the User. *PTR Prentice Hall*, Information and System Sciences Series, Thomas Kailath, Series Editor, 1999.
- [Lon06] C.J. Longhurst. The Car Maintenance Bibles. www.carbibles.com. Copyright ©1994 - 2006 Christopher J Longhurst. All Rights Reserved.

- [Mat98] MATRA Datavision. EUCLID3 Interface IGES Manuel de reference. Juillet 1998. http://wwwce.web.cern.ch/wwwce/ca/doc_mdtv/iges.pdf.
- [Mer96] J.P.Merlet. Modélisation géométrique de mécanismes de suspension automobile. *INRIA Sophia-Antipolis*, Mars 1996, Rapport de Recherche n° 2817. ISSN 0249-6399.
- [MFM05] J.Meissonnier, J.C. Fauroux, C.Montezin, G. Gogu. Identification des paramètres géométriques du mécanisme de liaison au sol d'un véhicule automobile. *17e Congrès Français de mécanique*, paper #311. Août, 2005 Troyes, France.
- [MFG06] J.Meissonnier, J.C. Fauroux, G. Gogu, C.Montezin. Geometric identification of an elastokinematic model in a car suspension. *Proc. IMechE Part D: J. Automobile Engineering*, Vol. 220. *In press*
- [MTS01] MTS Systems Corporation. Single Axle Suspension Kinematic and Compliance Deflection Measurement System. *MTS Systems Corporation*, Minesota USA, January 2001. <http://www.mts.com>.
- [MSC99] MSC Software. AX calculated differently for GFORCE and BUSHING/FIELD/BEAM. *ADAMS technical Support*, Solution#: 1-KB8295, <http://support.mscsoftware.com/kb>
- [NeH01] D. Negut, B. Harris. ADAMS Theory in a Nutshell. Departement of Mechanical Engineering, University of Michigan. March 2001. *Mechanical Dynamics, Inc. Online knowledge base*, <http://support.mscsoftware.com>
- [NeM65] JA Nelder, R Mead. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 1965, Volume 7, Issue 4, pp. 308-313
- [NSG02] M.Nagai, M.Shino, F.Gao. Study on integrated control of active front steer angle and direct yaw moment. *JSAE Review*, Vol.23, N°3, July 2002, pp. 309-315.
- [OBP98] B. Ozdalyan, M.V. Blundell, B. Phillips. Comparison of Suspension rig measurements with computer simulation. *International conference on Simulation '98 (IEE)*, Conference Publication Number 457, pp. 133-139, University of York, UK, 30 September -2 October 1998.
- [OBB00] J.F. O'Brien, R.E. Bodenheimer Jr., G.J. Brostow, J.K.Hodgins, Automatic Joint Parameter estimation from magnetic motion capture data. *Proceedings of Graphics Interface*, May 2000, Montreal, Quebec, Canada, pp. 53-60.
- [PaB93] H.B. Pacejka, E.Bakker The magic formula Tyre Model. *Supplement to Vehicle System Dynamics*, 1993, Vol 21, pp 1-18. ISSN 0042-3114.
- [Pac02] H.B.Pacejka. Tire and Vehicle Dynamics. *SAE*, October 2002. ISBN 0768011264.
- [Pau06] Paulstra/Vibrachoc. Catalogue des articulations élastiques. *Paulstra*, 61 r. Marius Auphan, 92305 Levallois-Perret, France. <http://www.paulstra-vibrachoc.com/Vert.pdf>.
- [PMD05] Y.A.Papegay, J.P.Merlet, D.Daney. Exact kinematic analysis of car's suspension mechanisms using symbolic computation and interval analysis. *Mechanism and Machine Theory*, 2005, Vol. 40, pp 395-413.
- [PTV92] W.H.Press, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling, B.P.Flannery. Numerical Recipies in Fortran 77. *Cambridge university press*, 1992, pp 630-633. ISBN : 0 521 43064.
- [RAM05] P.Renaud, N.Andreff, P.Martinet, G.Gogu. Kinematic Calibration of Parallel Mechanisms: a Novel Approach. *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 21, n° 4, pp. 529-538, ISSN 1042-296X, 2005.
- [Rom06] Documentation commerciale de la société Romer. *ROMER*, 2 rue François Arago 41800 Montoire, France. <http://www.romer.fr>,
- [RoR02] E. Rocca, R. Russo. A feasibility study on elastokinematic parameter identification for a multilink suspension. *Journal of Automobile Engineering*, February 2002, Vol 216,N° 2, pp. 153-160.

-
- [RRC02] P.S Rao, D. Roccaforte, R. Campbell. Developing an ADAMS model of an Automobile using test data. *Proc. of the SAE Automotive Dynamics and Stability Conference and exhibition*, technical paper # 2002-01-1567. May 2002, Detroit, Michigan.
 - [RyB02] J.Ryu, J.C.Berges. Vehicle sideslip and roll parameter estimation using GPS. *6th Int. Symposium on Advanced Vehicle Control*. 2002. Hiroshima : Japon.
 - [SaA91] B. Sabata, J.K. Aggarwal. Estimation of motion from a pair of range images : a review. *Computer Vision, Graphics and Image Processing : Image Understanding*. Vol. 53, Issue 3, pp. 309-324, November 1991.
 - [SeF01] R.Serban, J.S.Freeman. Identification and identifiability of unknown parameters in multibody dynamic systems. *Multibody System Dynamics*, Vol 5, pp 335-350, 2001.
 - [SGV05] R. Sancibrian, P.Garcia, F. Viadero, A. Fernandez. Suspension system vehicle design using a local optimization procedure. *Proc. of ASME International Design Engineering Technical Conference*, technical paper # DETC2005-84441. September 2005, Long Beach, California, USA.
 - [SiB02] P.A. Simionescu, D. Beale. Synthesis and analysis of the five link rear suspension system used in automobiles. *Mechanism and Machine Theory*, Vol 37, pp. 815-832, 2002.
 - [Sou06] A.Souchet. Etat de l'art et comparaison des différentes méthodes d'identification en vue d'application à un système vibratoire. *Rapport de master recherche*. Laboratoire Mécanique et Ingénierie, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand 2006.
 - [SPE97] G. Stevens, D. Peterson, U. Eichhorn. Optimization of Vehicle Dynamics Through Statistically Designed Experiments on Analytical Vehicle Models. *Adams User Conference* , paper N°UC970016, 1997.
 - [TEW02] D.Tener, C.Eichler, M. White. Bushing Modeling in ADAMS using Test and ABAQUS Models. *MSC.ADAMS 2002 North American Users Conference*.
 - [TFV98] C.E. Thomaz, R. Q. Feitosa, A. Veiga. Design of Radial Basis Function Network as Classifier in Face Recognition Using Eigenfaces. *Proc of 5th Brazilian Symposium on Neural Networks*, 1998, p. 118.
 - [WaP94] E. Walter, L. Pronzato. Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales. *Editions Masson*, Paris, 1994. ISSN 1246-8193.
 - [ZTH05] S.Zheng, H.Tang, Z.Han, Y.Zhang. Controller design for vehicle stability enhancement. *Control Engineering Practice*, Article in press, Novembre 2005

ANNEXES

A. Calcul de la position et de l'orientation d'une pièce

```
function Operateur = calcul_operateur(amers_cas1,amers_cas2)

% Cette fonction calcule l'opérateur de translation rotation qui
% transforme au mieux les coordonnées de quatre amers mesurés sur
% une pièce dans deux positions différentes.

% Calcul du barycentre de l'ensemble de points
Centre_1 = mean(amers_cas1,2);
Centre_2 = mean(amers_cas2,2);

% Initialisation de la matrice de corrélation
Correlation = zeros(3);

% Itération pour chaque amer
for Ref_amer = 1:4

% Calcul du vecteur barycentre-amer pour les deux positions
dC_1 = amers_cas1(:,Ref_amer) - Centre_1;
dC_2 = amers_cas2(:,Ref_amer) - Centre_2;

% Calcul de la matrice de corrélation de manière incrémentale
Correlation = Correlation + dC_2(2:4)*dC_1(2:4)';
end

% Calcul des valeurs singulières pour faire face au cas où la
% transformation optimale serait une réflexion plutôt qu'une
rotation
[U,Val_sing,V] = svd(Correlation);
Reflexion = det(U*V');

% Construction de la matrice de rotation optimale
Rotation = U * [1 0 0;0 1 0;0 0 Reflexion] * V';
% Définition de la translation à partir des deux barycentres
Translation = Centre_2(2:4) - Rotation*Centre_1(2:4);
% Assemblage de l'opérateur homogène
Operateur = [1 0 0 0; Translation , Rotation];
```

B. Structure et interprétation d'un fichier

IGES

Pour pouvoir réaliser récupérer les données issues des mesures tridimensionnelles de manière rapide et fiable, il est nécessaire de pouvoir interpréter les fichiers générés par le logiciel d'exploitation de la machine à mesurer. Pour cela on choisit d'utiliser le format d'échange standard IGES. Ce format normalisé, écrit en caractères ASCII est facilement interprétable si on se focalise sur les géométries simples comme les point les droites et les plans.

A titre d'exemple on présente ci-dessous le contenu d'un fichier IGES très simple décrivant 4 points et une droite.

-----						S		1
***						S		2
Fichier Iges G-Pad						S		3
-----						G		1
1H,,1H; 2LHConvertisseur G-Tech ,4H1.00,						G		2
39HC:\Program Files\G-Pad\iges\bielleg.igs,8H30041997,16,45,7,						G		3
324,15,4HTEMP,1.00,2,2HMM,1000,1.00,12H200645.81549,1.00,						G		4
5000.00,2HLD,6HG-Tech,5,0,;						G		1
116	1	0	0	0	0	000000000D		1
116	0	1	1	0	0	Pt1 1D		2
116	2	0	0	0	0	000000000D		3
116	0	1	1	0	0	Pt2 1D		4
158	5	0	0	0	0	000000000D		9
158	0	1	2	0	0	S1 1D		10
158	7	0	0	0	0	000000000D		11
158	0	1	2	0	0	S3 1D		12
110	11	0	0	0	0	000000000D		17
110	0	1	2	0	0	Dr1 1D		18
108	13	0	0	0	0	000000000D		19
108	0	1	3	0	0	P11 1D		20
124	16	0	0	0	0	000000000D		21
124	0	1	4	0	0	RC11 0D		22
100	20	0	0	0	21	000000000D		23
100	0	1	2	0	0	C11 1D		24
116,17.7197143876002,-160.229593209037,-6.73288989141572,0;						1P		1
116,5.67953099641249,-142.756332361762,-9.80731721289495,0;						3P		2
158,177.491415490651,0.647563703122549,-358.153098982009,						9P		5
-16.8623597185424;						9P		6
158,57.3920953362513,0.647563703122535,0.113860497827436,						11P		7
-17.5135153407048;						11P		8
110,0.647563703122529,-358.153098982009,-16.8623597185424,						17P		11
0.647563703122504,0.11386049782746,-17.5135153407048;						17P		12
108,-1.97866896478605E-17,-6.78812203929596E-18,1.000,						19P		13
-2.97322844289585,0,-1.43342233314861,0.410843200332478,						19P		14
-2.97322844289585,1.00;						19P		15
124,0.000,0.999999015908317,-1.40291924093015E-03,0.000,						21P		16
-0.999999735142205,-1.02106648237988E-06,-7.27814864724409E-04,						21P		17
0.000,-7.27815580961669E-04,1.40291886935605E-03,						21P		18
0.999998751050783,0.000;						21P		19
100,0.000,0.000,0.000,0.000,7.08806943768275,0.000,						23P		20
7.08806943768275;						23P		21
S	3G	4D	26P	22		T		1

On distingue que ce fichier est composé de 5 sections, repérées par une lettre dans la colonne 66. Tout d'abord la section "Start", repéré par la lettre S, contient uniquement des commentaires.

La section "Global" contient des informations générales sur les données géométriques, telles que le système d'unité utilisé ou la version de la norme IGES utilisée.

La section "Directory" donne la liste des éléments géométriques contenus par le fichier. Pour chaque élément deux ligne sont utilisées afin de préciser, entre autres, le type d'éléments sous la forme d'un code numérique (première colonne), un pointeur vers une ligne de la section "Parameters" (deuxième colonne) et son nom (huitième colonne)

La section "Parameters" contient les coordonnées permettant de définir la position et éventuellement l'orientation et les dimensions de chaque élément géométrique.

Enfin la section "Terminate" contient une unique ligne indiquant le nombre de ligne de chaque section.

Les données contenues dans un fichiers IGES étant structurées de manière rigoureuse, il est possible d'écrire un programme qui interprète automatique ce fichier afin d'en extraire les coordonnées et les noms de chaque élément géométrique. C'est le rôle du programme Matlab transcrit ci-dessous :

```
function [geometrie] =
lecture_IGS(fichier)
%
% fichier : adresse du fichier IGES à
% interpréter géométrie : tableau de
% structure contenant le nom et les
% coordonnées des éléments géométriques
% contenus dans le fichier IGES

IGS = fopen (fichier, 'r');
directory = []; parameters = []; geometrie
= [];
ligne = fgetl(IGS);
% On ignore les partie "start" et "global"
car ne contenant pas d'infos
% utiles pour notre application
while ligne(73) ~= 'D'
    ligne = fgetl(IGS);
end
% Lecture de la section "Directory"
while ligne(73) == 'D'
    directory = strvcat(directory,ligne);
    ligne = fgetl(IGS);
end
% Lecture de la section "Parameters"
while ligne(73) == 'P'
    parameters = strvcat(parameters,ligne);
    ligne = fgetl(IGS);
end
% Fermeture du fichier (on ignore la
partie "terminate")
fclose (IGS);
while size (directory,1) >=2

    param = [];
    type = str2num(directory(1, 1:8));
    if type == 116 | type == 110 | type == 108
    % si l'élément décrit est un point ou une
    droite ou un plan
        pointeur_P = str2num(directory(1, 9:16));
    % on récupère le pointeur vers la section
    parametres
        nb_lignes = str2num(directory(2,25:32));
    % et le nombre de lignes utilisés par
    cette entité da la section P
        entite.nom = directory(2,57:64);
    % Le nom de l'élément est enregistré

    % Toute les lignes de la section P
    relatives à cet élément sont lues
        for i = 0 : nb_lignes-1
    % Extraction d'une ligne unique
        ligne = parameters((pointeur_P+i),:);
    % On repère la position des séparateurs
    (virgules et points virgules)
```

```
    virgules = findstr (ligne,',');pt_virg =
findstr (ligne,'.');
    % On fusionne ces deux informations
    virgules = [virgules, pt_virg];
    % Le nombre de paramètres que contient la
    ligne étudiée correspond au nombre de
    virgules utilisées
    nb_param = size (virgules,2);
    % position du "curseur" au début de la
    ligne
    curseur = 1;
    % Lecture des caractères de la position du
    curseur jusqu'a la virgule suivante
    for j = 1 : nb_param
    % transformation de la chaine de caractère
    en nombre réel et enregistrement dans un
    vecteur ligne
        txt = ligne(curseur:(virgules(j)-1));
        param = [param, str2num(txt)];
    % Positionnement du curseur derrière la
    virgule
        curseur = virgules(j)+1;;
    end
    end

    if param (1) == 116 % Si c'est un point
    (code 116)
        entite.type = 'point'; % on note le type
    de la géométrie
    % Les coordonnées du point correspondent
    aux paramètres 2(X), 3(Y) et 4(Z)
        entite.coordonnees = param(2:4)';
    % On ajoute ce point à la liste des
    éléments géométriques
        geometrie = [geometrie,entite];
    elseif param(1) == 110 % Si c'est une
    droite (code 110)
        entite.type = 'droite'
    % Cette droite est définie par deux points
    sur la droite.
    % On extrait les coordonnées des deux
    points
        point1 = param(2:4);
        point2 = param(5:7);
    % On crée le vecteur unitaire qui indique
    la direction point1-point2
        entite.coordonnees = ((point2-
    point1)/norm(point2-point1))';
        geometrie = [geometrie,entite];
    elseif param(1) == 108 % Si c'est un plan
    (code 108)
        entite.type = 'plan';
    % Le vecteur normal au plan correspond aux
    paramètres 2(X),3(Y),et 4(Z)
        entite.coordonnees = param(2:4)';
```

```
geometrie = [geometrie,entite];  
end  
end  
% suppression des lignes de la section  
directory qui ont été traitées
```

```
directory (1:2,:) = [];  
end
```

C. Programme de calcul de la position et de l'orientation des liaisons

<pre> function traitement_mesures addpath ([pwd,'/fonctions']); addpath ([pwd,'/interpretation_Romer']); % Liste des pièces du système étudié Noms_pieces = strvcat (... 'Bati',... 1 'Bras_AV',... 2 'Bras_AR',... 3 'Bielle',... 4 'Porte_moyeu',... 5 Nb_pieces = size (Noms_pieces,1) % Liste des liaisons du système étudié Noms_liaisons = strvcat(...) 'Bushing_A',... 1 'Bushing_B',... 2 'Bushing_F',... 3 'Rotule_EA',... 4 'Rotule_EB',... 5 'Rotule_bielle_PM',... 6 'Rotule_Bielle_cremaillère',... 7 'Base_JdF',... 8 'Base_ressort'); % 9 Nb_liaisons = size (Noms_liaisons,1) % Structure de l'essieu % Tableau indiquant par chaque liaison % (une ligne par liaison) la pièce % solidaire de l'extérieure de la liaison % (première colonne) ainsi que la pièce % solidaire de la partie intérieure de la % liaison (deuxième colonne) Structure_essieu = [... 3,1; ... Bushing_A 2,1; ... Bushing_B 1,5; ... Bushing_F 3,5; ... Rotule_EA 2,5; ... Rotule_EB 4,1; ... Rotule_bielle_PM 4,5; ... Rotule_Bielle_cremaillère 5,0; ... Base_JdF 5,0; % Base_ressort [Modeles_pieces] = description_pieces... (Noms_liaisons,Structure_essieu); fprintf ('\n *****\n'); fprintf ('Récupération des coordonnées des amers mesurés sur l''essieu\n'); fprintf ('*****\n'); % Appel de la fonction amers_sur_essieu_1(2) qui interprète les résultats Amers = amers_sur_essieu_1; save sauv_variables ; % Calcul des opérateurs de position- orientation des pièces dans le % référentiel de mesure for Piece = 1 : Nb_pieces fprintf(['\n ',Noms_pieces(Piece,:)]); </pre>	<pre> Amers {Piece} = mise_en_ordre (Amers {Piece} , Modeles_pieces(Piece).amers); Position_P {Piece} = calcul_operateur (Modeles_pieces(Piece).amers ,Amers {Piece}); end save sauv_variables ; % % Changement de référentiel pour % correspondre strictement au référentiel % % utilisé par A/Car % CR_D = Position_P{1} * [1 0 0 0]'; % CR_G = Position_P{5} * [1 0 0 0]'; % % Origine = (CR_D+CR_G)/2; % % Y = (CR_D-CR_G); % Y = Y(2:4); % Y = Y/norm(Y); % % X = cross (Y,[0 0 1]'); % X = X/norm(X) % % Z = cross(X,Y); % % Rcar_vers_Rmesure = [Origine,[0;X],[0;Y],[0;Z]]; % Rmesure_vers_Rcar = inv(Rcar_vers_Rmesure); % % for Piece = 1 : Nb_pieces % Position_P {Piece} = Rmesure_vers_Rcar * Position_P {Piece}; % end % écriture des résultats dans le fichier rapport.txt fprintf (['\n *****',... '\n Calcul de la position et de l''orientation des pièces sur l''essieu',... '\n *****']); rapport = fopen('rapport.txt','w'); fprintf (rapport, 'Position et orientation des pièces (définies par le référentiel de mesure de chaque pièce)\n'); fprintf (rapport,'Piece \t Position \t\t\t Orientation (Euler zxz) \n'); fprintf (rapport,'\t X \t Y \t Z \t R1 \t R2 \t R3 \n'); for Piece = 1 : Nb_pieces fprintf (rapport,Noms_pieces(Piece,:)); % Nom de la pièce fprintf (rapport,'\t %g',Position_P {Piece}(2:4,1)); % coordonnées XYZ du référentiel pièce </pre>
---	---

```

        Euler = Matrice_vers_zxz
(Position_P{Piece}); % Calcul des
angles d'Euler à partir de l'opérateur
homogène
        fprintf (rapport, '\t %g', Euler);
% écriture des angles d'Euler

        fprintf (rapport, '\n');
% retour à la ligne

end

fprintf (['\n
*****',...
        '\n Calcul de la position et de
l'orientation des liaisons',...
        '\n
*****\n']);

fprintf (rapport, '\n Position et
orientation des liaisons (partie
extérieure de la liaison)\n');
fprintf (rapport, 'Liaison \t Position
\t\t\t Orientation (Euler xzx) \n');
fprintf (rapport, '\t X \t Y \t Z \t R1 \t
R2 \t R3 \n');

for Liaison = 1 : Nb_liaisons

    Piece = Structure_essieu(Liaison,1);
    Position_L{Liaison} =
Position_P{Piece} *
Modeles_pieces(Piece).liaison{Liaison};

    fprintf
(rapport, Noms_liaisons(Liaison,:));
    fprintf (rapport, '\t
%g', Position_L{Liaison}(2:4,1));

    if all ( all
(Modeles_pieces(Piece).liaison{Liaison}(2:
4,2:4) == eye(3)))
% Si la matrice qui définit
l'orientation de la liaison est une
% matrice identité

% Inutile de calculer les paramètre
d'orientation car il s'agit d'une rotule
ou
% de tout autre élément dont
l'orientation n'a pas d'influence sur le
% système
    else

        Euler = Matrice_vers_zxz
(Position_L{Liaison});
        fprintf (rapport, '\t %g', Euler);
    end
    fprintf (rapport, '\n');
end

save sauv_variables ;

```

```

fprintf (['\n
*****',...
        '\n Calcul de la déformation des
liaisons',...
        '\n
*****\n']);

fprintf (rapport, '\n Déformation des
liaisons (partie intérieure par rapport à
la partie extérieure)\n');
fprintf (rapport, 'Liaison \t Translation
\t\t\t Rotation (Euler xzx) \t\t\t
Rotation (angles projetés) \n');
fprintf (rapport, '\t X \t Y \t Z \t R1 \t
R2 \t R3 \t AX \t AY \t AZ \n');

for Liaison = 1 : Nb_liaisons

    Piece_ext =
Structure_essieu(Liaison,1);
    Piece_int =
Structure_essieu(Liaison,2);

    if Piece_int ~= 0

        Exterieur = Position_L {Liaison};
        Interieur = Position_P{Piece_int}
*
Modeles_pieces(Piece_int).liaison{Liaison}
;
        Deformation = inv(Exterieur) *
Interieur;

        fprintf
(rapport, Noms_liaisons(Liaison,:));
        fprintf (rapport, '\t
%g', Deformation(2:4,1));

        if ~all(all(
Modeles_pieces(Piece_int).liaison{Liaison}
(2:4,2:4) == eye(3)))

            Deformation = torsion_nulle
(Deformation);

            Angles =
Matrice_vers_angles_proj (Deformation);
            Euler = Matrice_vers_zxz
(Deformation);
            fprintf (rapport, '\t
%g', Euler);
            fprintf (rapport, '\t
%g', Angles);
            end
            fprintf (rapport, '\n');
        end
    end

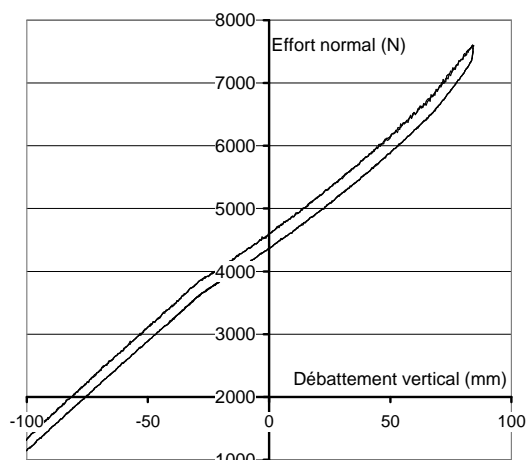
    save sauv_variables ;

    fprintf ('\n Résultats enregistrés dans le
fichier ');
    fprintf ([pwd, '\\rapport.txt']);

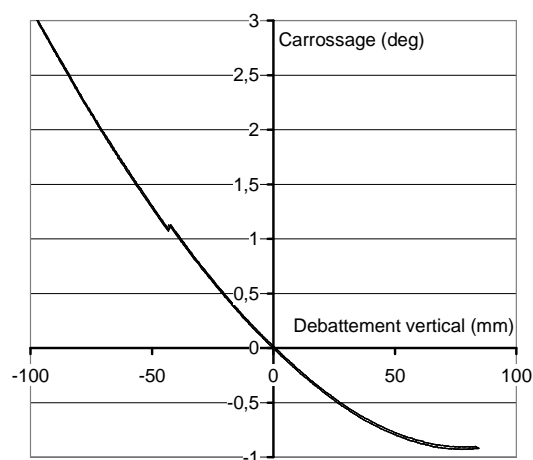
    fclose (rapport);

```

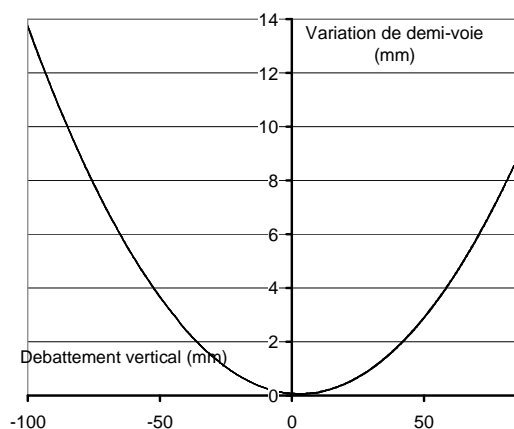
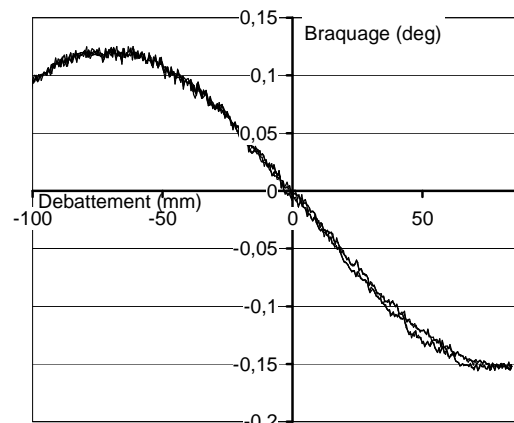
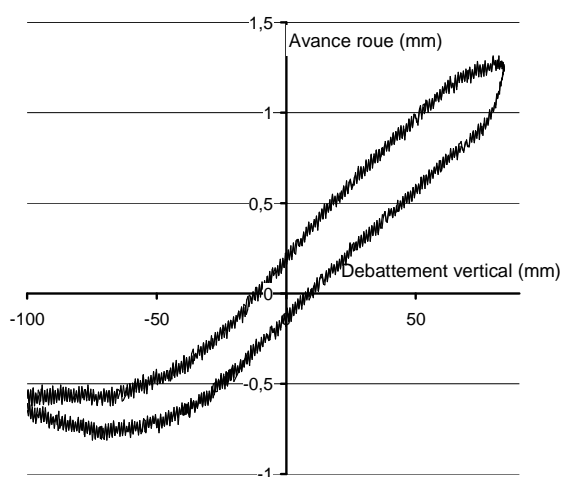
D. Épures élastocinématiques de l'essieu pseudo McPherson



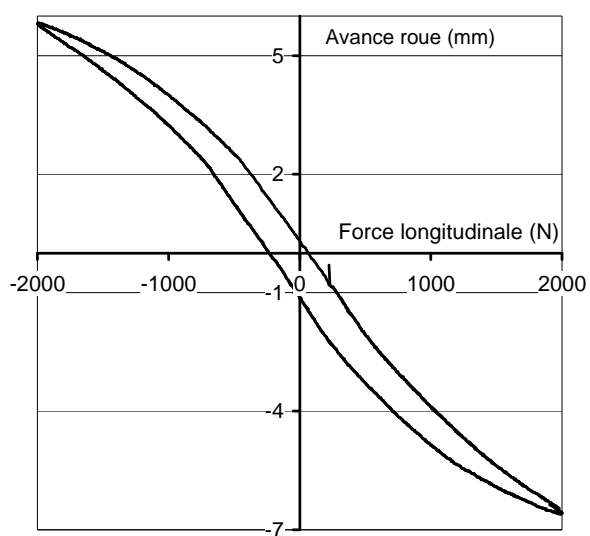
a - Effort vertical fonction du débattement



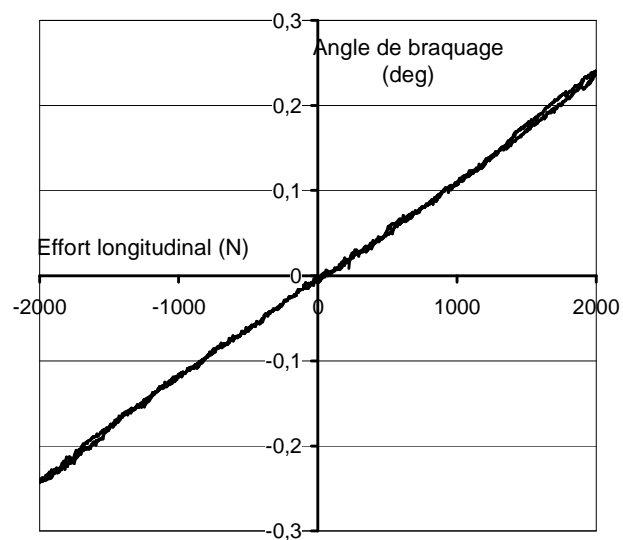
b - Carrossage au cours du débattement vertical

c - Variation de demi-voie
au cours du débattement verticald) Variation du braquage
au cours du débattement vertical

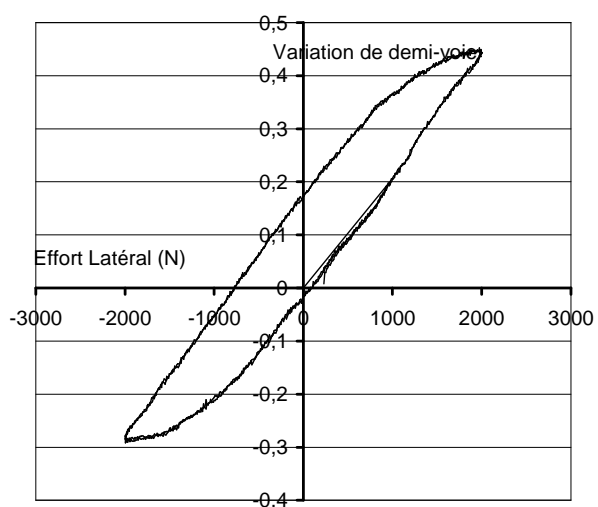
e) Avance roue au cours du débattement



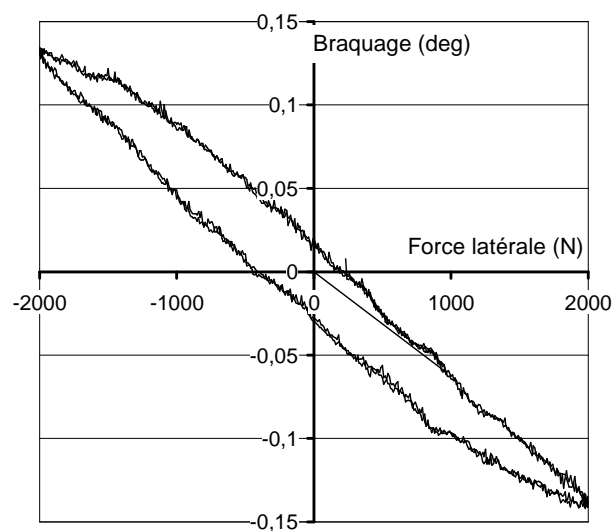
f) Avance roue sous effort longitudinal



g) Braquage sous effort longitudinal



h) Variation de voie sous effort latéral



i) Braquage sous effort latéral

E. Programme d'identification directe des rigidités

```
function [Rigidites] =
Identification_Adams
(Fichier_modele,Fichier_positions)
tic % Chronometrage du temps d'execution
du programme
addpath ('./fonctions')
Rep_Matlab =
'Z:\matlab\Identification_rigidites\analyt
ique_V2';
if nargin < 2
    Fichier_modele =
    './Mc_Pherson/model_mcperson.adm';
    Fichier_positions =
    './Mc_Pherson/15CdC.tab';
end
Fichier_forces = Fichier_positions;
fprintf(['Fichier modèle      : ',
Fichier_modele,'\n',...
        'Position des pièces : ',
Fichier_positions,'\n']);
% *** LECTURE DE FICHIERS DE ADAMS/VIEW
***
% ----- lecture modele -----
Modele = lecture_modele_adams
(Fichier_modele);
Nb_pieces = size (Modele.Piece,2);
% ---- lecture positions pieces ----
if findstr (Fichier_positions, '.tab')
    % Si le fichier indiquant la position
des pièces est un fichier tabulé créé
% par Adams
    [Resultats,Noms_resultats] =
lecture_spreadsheet_AView(Fichier_position
s);
    Nb_resultats = size
(Noms_resultats,1);
    % Itération sur toute les
pièces sauf le batit (piece 1)
    for Ref_piece = 2:Nb_pieces
        Nom_piece =
Modele.Piece(Ref_piece).nom;
        if isempty(Nom_piece)
            Parametres{Ref_piece} =
zeros(1,6);
        else
            % Iteration sur
tout les résultats contenus dans le
fichier
            for Ref_resultat =
1 : Nb_resultats
                % Si le nom du
résultat correspond au nom de la pièce
                if strfind
(Noms_resultats(Ref_resultat,:),Nom_piece)
                    A_Euler =
Resultats{Ref_resultat}(:,5:7)/180*pi;
                    Position =
Resultats{Ref_resultat}(:,2:4);
                    Parametres{Ref_piece}
= [Position,A_Euler];
                    end %if
                end %for
            end %if
        end %for
    elseif findstr (Fichier_positions, '.mat')
        % Si le fichier est un fichier Matlab
résultat de calcul antérieurs
```

```
% (traitement de données
expérimentales par exemple)
    Positions_pieces = load
(Fichier_positions);
    Nb_pieces = 5;
    Nb_pas_de_temps = 17;
end %if
% --- lecture forces extérieures ---
[Resultats,Noms_resultats] =
lecture_spreadsheet_AView(Fichier_forces);
Nb_resultats = size (Noms_resultats,1);
Nb_forces = size (Modele.Force,2);
for Ref_force = 1:Nb_forces
    Nom_force =
Modele.Force(Ref_force).nom;
    if isempty(Nom_piece)
        Parametres{Ref_piece} =
zeros(1,6);
    else
        for Ref_resultat = 1 :
Nb_resultats
            if strfind
(Noms_resultats(Ref_resultat,:),Nom_force)
                Composantes{Ref_force} =
Resultats{Ref_resultat}(:,2:7);
            end%if
        end%for
    end%if
end%for
% ** CALCUL DES TERMES DE L'EQUATION
D'IDENTIFICATION **
Nb_pas_de_temps = size(Composantes{1},1);
% Initialisation des matrices définissant
le systeme d'équations de
% l'identification :
Matrice_equation = [];
Second_membre = [];
% Initialisation du fichier texte rendant
compte de l'état des liaison
% cinématique
Rapport = fopen('Etat_liaisons.txt','w');
fprintf (Rapport,['Analyse de mécanisme
pour identification \n',...
                date,
'\n',...
                'Fichier modèle      :
', Fichier_modele, '\n',...
                'Position des pièces :
', Fichier_positions, '\n',...
                '\n',...
                'Nom\TX\TY\TZ\TRX\TRY\TRZ\n']);
fclose (Rapport);
% Iteration sur tout les pas de temps
for Temps = 1 : Nb_pas_de_temps
% --- Calcul de la position des pièces --
% -- sous la forme d'un opérateur homogène
---
    Operateur_TR_piece{1} = eye(4);
    for Ref_piece = 2 : Nb_pieces
        if findstr
(Fichier_positions, '.tab')
            A_Euler =
Parametres{Ref_piece}(Temps,4:6);
            Position =
Parametres{Ref_piece}(Temps,1:3);

            Rotation = zxz_vers_Matrice
(A_Euler);
```

```

        Operateur_TR_piece{Ref_piece}
= [1 0 0 0;Position',Rotation'];
        elseif findstr
(Fichier_positions, '.mat')
        Operateur_TR_piece{Ref_piece}
=
Positions_pieces.Mouvement{Ref_piece, Temps
};
        end
    end
% --- Calcul des vitesses généralisées ---
% --- de tout les markers du modèle ---
[Etat_markers] =
vitessees_generalisees
(Modele, Operateur_TR_piece);
% -- Définition des mouvements
compatibles --
% --- avec les liaisons cinématiques ---
-

% Calcul des dérivées des équations de
liaisons à partir de la géométrie
% du système et des vitesses généralisés
dPhi_dq = []; % Initialisation
de la matrice
% Itération sur chaque liaison
for Liaison = Modele.Liaison
[Derives_equations_liaison] =
derives_equations_liaisons
(Liaison, Etat_markers);
dPhi_dq =
[dPhi_dq; Derives_equations_liaison];
end
% Calcul du complément orthogonal
(noyau) des dérivées des équations de
liaisons
% Si il n'y a pas de liaisons cinématiques
dans le mécanisme
if isempty(dPhi_dq)
% Tout les déplacements de pièces
sont considérés
Noyau_dPhi_dq = eye(6*Nb_pieces-
6);
else
% Sinon on ne considère que les
mouvements compatibles avec les
liaisons
Noyau_dPhi_dq = null(dPhi_dq);
end
% --- Calcul des composantes généralisées
---
% --- des forces extérieures
---
Q_ext = zeros(6*(Nb_pieces-1),1);
% Initialisation du vecteur

% Itération sur chaque force du modèle
Nb_forces = size(Modele.Force,2);
for Ref_force = 1 : Nb_forces
Force = Modele.Force(Ref_force);
Force.composantes =
Composantes{Ref_force}(Temps,:);
[Q_force] =
composantes_generalisees_force
(Force, Etat_markers);
Q_ext = Q_ext + Q_force;
end
% -- Calcul de la "déformation
généralisée" --
Def_gene_bushings = zeros
(6*(Nb_pieces-1),0); % Initialisation
de la variable
% Iteration sur tout les bushings

```

```

        for Bushing = Modele.Bushing
% Appel de la fonction de calcul de
la déformation généralisée d'un
% bushing en fonction de la
positions des markers
[Delta_gene] =
deformations_generalisees_bushing
(Bushing, Etat_markers);
% Changement d'unité d'angle de
radian à degré
Delta_gene = Delta_gene * diag([1
1 1 180/pi 180/pi 180/pi]);
% Matrice globale regroupant
toute les déformations généralisées
Def_gene_bushings =
[Def_gene_bushings, Delta_gene];
end
% -- Calcul de la "déformation
généralisée" --
% --- des ressorts ---
-
Def_gene_ressorts = zeros
(6*(Nb_pieces-1),0); % Initialisation
de la variable
for Ressort = Modele.Ressort
% Appel de la fonction de calcul de
la déformation généralisée d'un
% ressort en fonction de la
positions des markers
[Delta_gene] =
deformations_generalisees_ressort
(Ressort, Etat_markers);
% Matrice globale regroupant toute
les déformations généralisées
Def_gene_ressorts =
[Def_gene_ressorts, Delta_gene];
end
% -- assemblage des termes calculées à
chaque pas --
% -- de temps dans un système d'équations
unique --
if Temps == 1 % Au premier pas de
temps création des variables
Matrice_equation = [Noyau_dPhi_dq'
* Def_gene_bushings, ... Def_géné des
bushings
Noyau_dPhi_dq'
* Def_gene_ressorts]; %Def_géné des
Ressorts
Second_membre = [-
Noyau_dPhi_dq' * Q_ext]; % Composante
généralisées des F ext
else % Pour les pas de
temps suivants, concaténation des
variables existantes
Matrice_equation =
[Matrice_equation; ...
termes des pas de temps précédents
Noyau_dPhi_dq'
* Def_gene_bushings, ... Def_géné des
bushings
Noyau_dPhi_dq'
* Def_gene_ressorts]; %Def_géné des
Ressorts
Second_membre = [Second_membre
; -Noyau_dPhi_dq' * Q_ext]; % Composante
généralisées des F ext
end
end % Fin de l'iteration sur chaque pas de
temps
% ----- Résolution du système d'équations
-----
Rigidites = Matrice\Second_Membre

```

F.Exemple de fichier modèle Adams

```

ADAMS/View model name: model_exemple11
!----- SYSTEM UNITS -----
-
UNITS/FORCE = NEWTON, MASS = KILOGRAM, LENGTH = MILLIMETER,
TIME = SECOND
!----- PARTS -----
-
!----- Ground -----
-
! adams_view_name='ground'
PART/1, GROUND
! adams_view_name='MARKER_3'
MARKER/3, PART = 1
! adams_view_name='MARKER_8'
MARKER/8, PART = 1, REULER = 28.18678543D, 33.2259422D,
350.8538915D
! adams_view_name='MARKER_13'
MARKER/13, PART = 1, QP = -300, 0, 0
! adams_view_name='FMARKER_14'
MARKER/14, PART = 1, FLOATING
!----- Part -----
-
! adams_view_name='PART_2'
PART/2, MASS = 0.4921664157, CM = 9, IP = 20.29621506,
4087.978953, 4100.072394
! adams_view_name='MARKER_1'
MARKER/1, PART = 2, REULER = 180D, 0D, 0D
! adams_view_name='MARKER_2'
MARKER/2, PART = 2, QP = -300, 3.673819061E-014, 0, REULER =
180D, 0D, 0D
! adams_view_name='MARKER_4'
MARKER/4, PART = 2
! adams_view_name='MARKER_7'
MARKER/7, PART = 2, REULER = 28.18678543D, 33.2259422D,
350.8538915D
! adams_view_name='cm'
MARKER/9, PART = 2, QP = -150, 1.859948827E-014, 0
! adams_view_name='MARKER_11'
MARKER/11, PART = 2
! adams_view_name='MARKER_12'
MARKER/12, PART = 2, QP = -300, 0, 0
!----- DYNAMIC GRAPHICS -----
-
! adams_view_name='BUSHING_1_force_graphic_1'
GRAPHICS/2, FORCE, ETYPE = BUSHING, EID = 1, EMARKER = 7
! adams_view_name='GFORCE_1_force_graphic_1'
GRAPHICS/3, FORCE, ETYPE = GFORCE, EID = 1, EMARKER = 12
!----- CONSTRAINTS -----
-

```

```

! adams_view_name='JOINT_1'
!JOINT/1, CYLINDRICAL, I = 3, J = 4
!----- FORCES -----
-
! adams_view_name='BUSHING_1'
BUSHING/1, I = 7, J = 8, K = 100, 100, 100, CT = 5.729577951,
5.729577951
, 5.729577951, KT = 5.729577951E+005, 5.729577951E+005,
5.729577951E+005
! adams_view_name='GFORCE_1'
GFORCE/1, I = 12, JFLOAT = 14, RM = 13, FX =
1000*sin(pi*time)\
, FY = 1000*sin(pi*(time+0.15))\ FZ =
1000*sin(pi*(time+0.3))\
, TX = 1000*sin(pi*(time+0.45))\ TY =
1000*sin(pi*(time+0.55))\
, TZ = 1000*sin(pi*(time+0.65))
! ----- ANALYSIS SETTINGS -----
-
OUTPUT/REQSAVE, GRSAVE
RESULTS/
END

```

G. Programme d'identification itérative des rigidités

```
function identification_rigidites ()
tic % Chronométrage du temps d'exécution
du programme

Rep_resultats =
'Z:\Adams\resultats_simulations\';
Commande_ACar = "D:\ADAMS
12.0\common\mdi.bat" acar ru-solver';
Rep_database =
'Z:\Adams\etude_rigidite.cdb\';
Rep_matlab = pwd;
Tolerance_relative = 0.01;
Estimee_initiale = 10000;
%
*****
% Récupération des données sur le système
de référence
%
*****
addpath ([pwd, '/fonctions']);

% -----
% déformations des liaisons sur le système
de référence

cd (Rep_resultats);
[Fichier,Chemin] = uigetfile('*.tab',
'état des liaisons, Système de
référence');
cd (Rep_matlab);

if Fichier == 0
% si l'utilisateur ne précise pas de
fichier (bouton cancel)
return
% fin du programme
end

% -----
[Deformation_ref, Liste_noms_bush_disp] =
lecture_spreadsheet([Chemin, Fichier]);

%
*****
% suppression de l'extension "_disp" sur
les noms de requetes pour obtenir le nom
des bushings
Liste_noms_bushings=[]
for i = 1 : size (Liste_noms_bush_disp,1)
Nom_requete = sscanf
(Liste_noms_bush_disp(i,:), '%s'); %
isolement d'une ligne et suppression des
caractères espace éventuels
Long_nom = size (Nom_requete,2); % calcul
de la longueur du nom de la requete
Nom_bushing = Nom_requete (1:Long_nom-5);
% suppression des 5 derniers caracteres
"_disp"
Liste_noms_bushings = strvcats
(Liste_noms_bushings, Nom_bushing); %
concaténation de tout les noms de bushings
end
%
*****
*****
```

```
Nb_liaisons = size
(Liste_noms_bushings,1);
Nb_cas_de_charge = size
(Deformation_ref{1},1);

%
*****
% Informations sur le modèle à identifier
%
*****
Fichiers_bushings = []
% -----
% Noms des fichiers utilisés par le solver
A/Car
cd (Rep_resultats);
[Fichier_acf, Fichier_adm, Fichier_req] =
lecture_acf
cd (Rep_matlab);

Ligne_en_tete = 'Itération \t Ktx \t Kty
\t Ktz \t Krx \t Kry \t Krz\n'; % \t Q-tx
\t Q-ty \t Q-tz \t Q-rx \t Q-ry \t Q-rz
\n';
for i = 1 : Nb_liaisons
Nom_bushing = sscanf
(Liste_noms_bushings(i,:), '%s'); %
isolement d'une ligne et suppression des
caractères espace éventuels

% -----
% Fichiers texte dans lesquels seront
écrit les résultats de
% l'identification
Rapport_Bush(i) =
fopen([Rep_resultats, 'rapport_', Nom_bushin
g, '_lE4.tab'], 'w');

% -----
% Estimation initiale des rigidités
Rigidites {i}(1:6) = Estimee_initiale;
fprintf (Rapport_Bush(i), Ligne_en_tete);
fprintf (Rapport_Bush(i), '%i\t', 0);
fprintf (Rapport_Bush(i), '%g\t', Rigidites
{i});
fprintf (Rapport_Bush(i), '\n');
end
% -----
% initialisation du modèle pour
l'identification
identification_modele
(Fichier_adm, Liste_noms_bushings, Rigidites
);

% -----
% Numéros ID des requetes qui décrivent
l'état des liaisons à l'issue du calcul.
% Ces ID permettent d'interpréter le
fichier *.req créé par le solver A/Car
% Elles dépendent du modèle qui est
utilisé.

ID_request_disp = recherche_ID_requete
(Fichier_adm, Liste_noms_bush_disp);
ID_request_force = ID_request_disp + 2;
```

```

Reponse_utilisateur = 'Poursuite';
Deformations = [];
Amplitudes{1} = [1 1 1 1 1 1];
Amplitudes{2} = [1 1 1 1 1 1];

Critere_arret = 0;

Iteration = 0
while Critere_arret == 0
    Iteration = Iteration + 1;
    fprintf ('Iteration #%i\n', Iteration);

%
*****
*****
% Lancement du solveur Adams par une
commande DOS
cd (Rep_resultats);
[s,w] = dos ([Commande_ACar, '
', Fichier_acf]);
cd (Rep_matlab);
%
*****
*****

% Analyse des résultats du calcul A/Car
[Efforts] = lecture_request
(Fichier_req, Nb_cas_de_charge, ID_request_f
orce);
Deformations_precedentes = Deformations;
[Deformations] =
lecture_request(Fichier_req, Nb_cas_de_cha
rge, ID_request_disp);

% Calcul des rigidites
Rigidites_precedent = Rigidites;
[Rigidites] =
calcul_rigidites(Efforts, Deformation_ref, R
igidites);

% Egalisation des rigidités dans les
direction X et Y (translation
% et rotation)
% [Rigidites] =
egalisation_rigidites(Efforts, Deformations
, Rigidites);

% Egalisation des rigidités X et Y pour le
bushing A
for Liaison = [1]
    [Rigidites{Liaison}] =
egalisation_K_cylindrique(Efforts{Liaison}
, Deformations{Liaison}, Rigidites{Liaison})
;
end

% Modification du modèle Adams en fonction
des nouvelles rigidités
modification_modele
(Fichier_adm, Liste_noms_bushings, Rigidites
);

```

```

%
*****
*****
% Enregistrement des rigidités calculées
pour les bushings à chaque
% itération
%
*****
*****
        for i = 1 : Nb_liaisons
            fprintf
(Rapport_Bush(i), '%i\t', Iteration);
            fprintf
(Rapport_Bush(i), '%g\t', Rigidites{i});
            fprintf (Rapport_Bush(i), '\n');
        end

%
*****
*****
% Calcul du critère de convergence
%
*****
*****
        Critere_arret = 1;
        Convergence = 0; K_max = 0 ; K_min = 1E5;
        for i = 1 : Nb_liaisons
            for direction = 1:6
                K1 = Rigidites_precedent{i}(direction);
                K2 = Rigidites{i}(direction);
                Evolution = abs( (K1 - K2)/K1);
                Convergence = max
(Convergence, Evolution);
                K_max = max (K_max, K2);
                K_min = min (K_min, K2);

                if Evolution > Tolerance_relative
                    Critere_arret = 0;
                end
            end
        end
        fprintf ('Convergence = %g , K_max = %g,
K_min = %g\n', Convergence, K_max, K_min);
end

% -----
% Création des fichiers de propriété
bushing dans les lesquels seront
% enregistré les résultats de
l'identification pour réutilisation dans
% A/Car
for Liaison = 1 : Nb_liaisons
    Nom_bushing = sscanf
(Liste_noms_bushings(Liaison,:), '%s');

    Fichier_bush =
[Rep_database, 'bushings.tbl\ ', Nom_bushing,
'_identif_1E4.bus']

    ecrire_bushing (Fichier_bush,
Rigidites{Liaison})
end

fclose all;
toc % Fin du chronométrage

```

H. Fichier descriptif de cas de charges pour A/Car

```

$-----
MDI_HEADER
[MDI_HEADER]
  FILE_TYPE = 'lcf'
  FILE_VERSION = 6.0
  FILE_FORMAT = 'ascii'
(COMMENTS)
{comment_string}
'Loadcase type -- Static Load'
$-----
UNITS
[UNITS]
  LENGTH = 'mm'
  FORCE = 'newton'
  ANGLE = 'deg'
  MASS = 'kg'
  TIME = 'sec'
$-----
MODE
[MODE]
  STEERING_MODE = 'angle'
  VERTICAL_MODE = 'wheel_vertical_force'
  COORDINATE_SYSTEM = 'vehicle'
$-----
DATA
[DATA]
{whl_z_l whl_z_r lat_l lat_r brake_l brake_r drive_l
drive_r...}

1500.0  4500.0   0.0   0.0  0.0       0.0   0.0   0.0  ...
3000.0  4500.0   0.0   0.0  0.0       0.0   0.0   0.0  ...
4500.0  4500.0   0.0   0.0  0.0       0.0   0.0   0.0  ...
6000.0  4500.0   0.0   0.0  0.0       0.0   0.0   0.0  ...
7500.0  4500.0   0.0   0.0  0.0       0.0   0.0   0.0  ...
4500.0  4500.0   0.0   0.0 -4000.0   0.0   0.0   0.0  ...
4500.0  4500.0   0.0   0.0 -2000.0   0.0   0.0   0.0  ...
4500.0  4500.0   0.0   0.0  2000.0   0.0   0.0   0.0  ...
4500.0  4500.0   0.0   0.0  4000.0   0.0   0.0   0.0  ...
4500.0  4500.0 -4000  0.0  0.0       0.0   0.0   0.0  ...
4500.0  4500.0 -2000  0.0  0.0       0.0   0.0   0.0  ...
4500.0  4500.0   0.0   0.0  0.0       0.0   0.0   0.0  ...
4500.0  4500.0  2000  0.0  0.0       0.0   0.0   0.0  ...
4500.0  4500.0  4000  0.0  0.0       0.0   0.0   0.0  ...

```


I. Description d'une liaison élastique dans un modèle A/Car

```

!
! adams_view_name='BM5_JM_ref_bgl_Bushing_A_fx_spline'
! adams_view_units='no_units'
SPLINE/7
, X = -10, -5, 0, 5, 10
, Y = 140525, 70262.6, 0, -70262.6, -140525
, LINEAR_EXTRAPOLATE
!
! adams_view_name='BM5_JM_ref_bgl_Bushing_A_fy_spline'
! adams_view_units='no_units'
SPLINE/8
, X = -10, -5, 0, 5, 10
, Y = 146158, 73079.1, 0, -73079.1, -146158
, LINEAR_EXTRAPOLATE
!
! adams_view_name='BM5_JM_ref_bgl_Bushing_A_fz_spline'
! adams_view_units='no_units'
SPLINE/9
, X = -10, -5, 0, 5, 10
, Y = 6770.66, 3385.33, 0, -3385.33, -6770.66
, LINEAR_EXTRAPOLATE
!
! adams_view_name='BM5_JM_ref_bgl_Bushing_A_tx_spline'
! adams_view_units='no_units'
SPLINE/10
, X = -0.523599, -0.261799, 0, 0.261799, 0.523599
, Y = 300000, 150000, 0, -150000, -300000
, LINEAR_EXTRAPOLATE
!
! adams_view_name='BM5_JM_ref_bgl_Bushing_A_ty_spline'
! adams_view_units='no_units'
SPLINE/11
, X = -0.523599, -0.261799, 0, 0.261799, 0.523599
, Y = 152919, 76459.5, 0, -76459.5, -152919
, LINEAR_EXTRAPOLATE
!
! adams_view_name='BM5_JM_ref_bgl_Bushing_A_tz_spline'
! adams_view_units='no_units'
SPLINE/12
, X = -0.523599, -0.261799, 0, 0.261799, 0.523599
, Y = 126628, 63314, 0, -63314, -126628
, LINEAR_EXTRAPOLATE

```